第6卷第2期
1995年2月

软 件 学 报
JOURNAL OF SOFTWARE

Vol. 6, No. 2
Feb. 1995

NC－RUE－NRF 归结*

刘叙华 孙吉贵

（吉林大学计算机科学系，长春 130023）

摘要 本文提出了 NC－RUE－NRF 归结方法，并证明了它在含有等词广义子句集上的完备性.

关键词 RUE－NRF 归结，广义 RUE－NRF 归结，NC－RUE－NRF 归结.

RUE－NRF 归结[1]是一种处理含有等词普通子句集的有效方法. 在文献[2]中，我们将这种方法用在含有等词的广义子句集[3]上，提出了广义 RUE－NRF 归结方法，并证明了它的完备性. 但是，由于文献[2]中没有考虑子公式在公式中的极性，因而必需有两个广义 RUE 归结式，对于广义 NRF 归结，也多包含了对具有正极性的等词的 NRF 归结，因此产生了较多的无用子句. 对于取广义 RUE 因子，没有考虑仅需取极性不完全相反谓词的广义 RUE 因子，因此产生了较多的无用因子. 本文使用 NC 归结的方法[4]，提出了 NC－RUE－NRF 归结. 它克服了上述缺点，在归结中只产生较少的无用子句，同时证明了它的完备性，从证明中可以看出：对于 E 不可满足的广义子句集，使用 NC－RUE－NRF 归结推出子句 0 的证明长度不超过对应的普通子句集使用 RUE－NRF 归结推出空子句的证明长度. 因此，提高了演绎的效率.

定义 1. 设 Φ,Ψ 是两个无公共变量的广义子句，它们都含有谓词符号 P，不妨将两个子句写为：$\Phi(P(t_1,\cdots,t_n))$，$\Psi(P(s_1,\cdots,s_n))$.

(1)若 $P^\sigma(t_1,\cdots,t_n)$在 Φ^σ 中是纯正的(正的)，$P^\sigma(s_1,\cdots,s_n)$在 Ψ^σ 中是负的(纯负的)，则

$$CR(\Phi^\sigma(P^\sigma(t_1,\cdots,t_n)=0)\vee\Psi^\sigma(P^\sigma(s_1,\cdots,s_n)=1)\vee D)\tag{1}$$

称为 Φ 与 Ψ 的二元 NC－RUE 归结式.

(2)若 $P^\sigma(t_1,\cdots,t_n)$在 Φ^σ 中是纯负的(负的)，$P^\sigma(s_1,\cdots,s_n)$在 Ψ^σ 中是正的(纯正的)，则

$$CR(\Phi^\sigma(P^\sigma(t_1,\cdots,t_n)=1)\vee\Psi^\sigma(P^\sigma(s_1,\cdots,s_n)=0)\vee D)\tag{2}$$

称为 Φ 与 Ψ 的二元 NC－RUE 归结式.

(3)若 $P^\sigma(t_1,\cdots,t_n)$在 Φ^σ 中具有双极性，$P^\sigma(s_1,\cdots,s_n)$在 Ψ^σ 中具有双极性，则称(1)、(2)都是 Φ 与 Ψ 的二元 NC－RUE 归结式.

---

* 本文 1992－10－09 收到，1993－03－10 定稿

本研究受国家自然科学基金、国家教委博士点基金、863 计划和国家攀登计划项目资助. 作者**刘叙华**，1937 年生，教授，博士导师，主要研究领域为人工智能，定理机器证明，自动推理. **孙吉贵**，1962 年生，讲师，主要研究领域为自动推理，人工智能.

本文通讯联系人：刘叙华，长春 130023，吉林大学计算机科学系

其中 σ 为一替换，$D=\bigcup_{i=1}^{n} D_i$，D_i 是 (t_i^σ, S_i^σ) 的不一致集.

定义 2. 设 Φ 是广义子句，含有谓词"＝"，不妨写为 $\Phi(t_1=t_2)$. 若 $(t_1=t_2)^\sigma$ 在 Φ^σ 中是负的，则如下广义子句

$$CR(\Phi^\sigma((t_1=t_2)^\sigma=1)\vee D)$$

称为 Φ 的初始 NC－NRF 归结式.

定义 3. 设 Φ 是广义子句，含有原子 $P(t_1,\cdots,t_n)$，$P(s_1,\cdots,s_n)$，不妨写为 $\Phi(P(t_1,\cdots,t_n),P(s_1,\cdots,s_n))$. 若 $P(t_1,\cdots,t_n)$，$P(s_1,\cdots,s_n)$ 在 Φ 中的极性不完全相反（完全相反：一个是纯正的，另一个是纯负的），则

$$\Phi(P(t_1,\cdots,t_n),P(t_1,\cdots,t_n)/P(s_1,\cdots,s_n))\vee D$$

称为 Φ 的 NC－RUE 因子. 其中，符号 $P(t_1,\cdots,t_n)/P(s_1,\cdots,s_n)$ 表示在 Φ 中所有 $P(s_1,\cdots,s_n)$ 的位置上代以符号 $P(t_1,\cdots,t_n)$，D 为 $P(t_1,\cdots,t_n)$ 与 $P(s_1,\cdots,s_n)$ 的不一致集.

定义 4. 两个广义子句 Φ,Ψ 的 NC－RUE 归结式（记为 $\mathrm{RUE}_{\mathrm{NC}}(\Phi,\Psi)$）是 Φ 或其 NC－RUE 因子和 Ψ 或其 NC－RUE 因子的二元 NC－RUE 归结式. Φ 的 NC－NRF 归结式（记为 $\mathrm{NRF}_{\mathrm{NC}}(\Phi)$）是 Φ 或其 NC－RUE 因子的初始 NC－NRF 归结式.

定义 5. 设两个广义子句 Φ,Ψ 都含有等词原子，不妨写为 $\Phi(t_1=t_2)$，$\Psi(s_1=s_2)$. 若 Φ,Ψ 可以以 $t_1=t_2$，$s_1=s_2$ 为归结原子作 NC－RUE 归结，则

$$\mathrm{RUE}_{\mathrm{NC}}(\Phi(t_1=t_2),\Psi(s_1=s_2)) \qquad \mathrm{RUE}_{\mathrm{NC}}(\Phi(t_2=t_1),\Psi(s_1=s_2))$$

都称为 Φ,Ψ 的 NC－RUE 归结式.

设 Φ 含有两个等词原子，不妨写为 $\Phi(t_1=t_2,s_1=s_2)$，若 $t_1=t_2$，$s_1=s_2$ 在 Φ 中的极性不完全相反，则

$$\Phi(t_1=t_2,t_1=t_2/s_1=s_2)\vee D_1 \qquad \Phi(t_1=t_2,t_1=t_2/s_1=s_2)\vee D_2$$

都称为 Φ 的 NC－RUE 因子. 其中 D_1 是 (t_1,s_1) 与 (t_2,s_2) 的不一致集之并；D_2 是 (t_2,s_1) 与 (t_1,s_2) 的不一致集之并. 这种对等词原子的求 NC－RUE 归结式和 NC－RUE 因子的过程，称为 NC－RUE 归结的对称性规则.

同文献[2]中的证明，我们可以得到如下两条可靠性定理.

定理 1. 设 Φ,Ψ 是两个可作 NC－RUE 归结的广义基子句，则

$$\Phi\wedge\Psi\overset{E}{\Rightarrow}\mathrm{RUE}_{\mathrm{NC}}(\Phi,\Psi)$$

定理 2. 设 $\Phi(a=b)$ 是广义基子句，$a=b$ 在 Φ 中是负的，则

$$\Phi(a=b)\overset{E}{\Rightarrow}\mathrm{NRF}_{\mathrm{NC}}(\Phi)$$

定理 3. 设 S 是 E 不可满足的广义基子句集，则存在从 S 推出子句 0 的 NC－RUE－NRF归结演绎.

证明：不妨设 S 中广义子句都不含命题常元，$S=\{\Phi_1,\cdots,\Phi_n\}$. 将每一个广义子句 Φ_i 化成合取范式（仅使用文献[5]的引理 2 中的 5 条规则）：

$\Phi_1\equiv\Phi_{11}\wedge\cdots\wedge\Phi_{1m1}$

$\Phi_2\equiv\Phi_{21}\wedge\cdots\wedge\Phi_{2m2}$

……

$\Phi_n\equiv\Phi_{n1}\wedge\cdots\wedge\Phi_{nmn}$

将上面等价式组的右端分别记为 $\Phi_1^*,\Phi_2^*,\cdots,\Phi_n^*$,令

$$S^*=\{\Phi_1^*,\cdots,\Phi_n^*\}\qquad S'=\{\Phi_{11},\cdots,\Phi_{1m1},\cdots,\Phi_{n1},\cdots,\Phi_{nmn}\}$$

显然,S' 是 E 不可满足的普通子句集,由文献[1]知,存在从 S' 推出空子句的 RUE—NRF 演绎 D':

$$G'_1,\cdots,G'_k$$

其中(1)$G'_i(1\leqslant i\leqslant k)$或者属于 S',或者是前面子句的 RUE 归结式,NRF 归结式.

(2)$G'_k=\square$.

若对演绎 D' 中的 RUE 归结原子和 NRF 归结原子用相应的命题常元替换,而不对子句使用化简规则,则得到一个从 S' 出发的不使用化简规则的 RUE—NRF 归结演绎 $\overline{D}$:

$$\overline{G}_1,\cdots,\overline{G}_k$$

其中 $\overline{G}_k$ 是值为 0 的常子句,$CR(\overline{G}_i)=G'_i$. 我们仍用 RUE、NRF、$\mathrm{RUE_{NC}}$,$\mathrm{NRF_{NC}}$表示不使用化简规则的相应的操作.

下面归纳定义对应于 $\overline{D}$ 的广义子句序列 D_1^*:

$$G_1^*,G_2^*,\cdots,G_k^*$$

并且满足 $G_i^*(i=1,\cdots,k)$的合取范式形式为 $\overline{G}_i\wedge H_i$:(在此,我们仍用$\equiv$表示仅使用文献[5]的引理 2 中的 5 条规则所得到的语义等价)

当 $i=1$ 时,因为 $\overline{G}_1$ 必然属于 S',不妨设 $\overline{G}_1=\Phi_{ij}$,于是,令

$$G_1^*=\Phi_i^*$$

显然有 $G_1^*\equiv\overline{G}_1\wedge H_1$.

假设当 $i\leqslant h(h\leqslant k-1)$时,$G_i^*$ 已经定义,并且 G_i^* 的合取范式为 $\overline{G}_i\wedge H_i$,即 $G_i^*\equiv G_i\wedge H_i$.

下面定义 G_{h+1}^*:

(1)若 $\overline{G}_{h+1}=\Phi_{pq}$,则令 $G_{h+1}^*=\Phi_p^*\quad(1\leqslant p\leqslant n)$,于是,显然有 $G_{h+1}^*\equiv\overline{G}_{h+1}\wedge H_{h+1}$.

(2)若 $\overline{G}_{h+1}=RUE(\overline{G}_i,\overline{G}_j)(1\leqslant i,j\leqslant h)$,不妨设 $\overline{G}_i\triangleq P(t_1,\cdots,t_n)\vee G_i,\overline{G}_j\triangleq\sim P(s_1,\cdots,s_n)\vee G_j$,于是,$\overline{G}_{h+1}=O\vee G_i\vee\sim1\vee G_j\vee D$,其中 D 是 $P(t_1,\cdots,t_n)$与 $P(s_1,\cdots,s_n)$的不一致集,因为 $P(t_1,\cdots,t_n)$在 $\overline{G}_i$ 中是正的,$P(s_1,\cdots,s_n)$在 $\overline{G}_j$ 中是负的,所以 $P(t_1,\cdots,t_n)$在 $\overline{G}_i\wedge H_i$中是正的,$P(s_1,\cdots,s_n)$在 $\overline{G}_j\wedge H_j$ 中是负的. 由文献[5]中引理 2 得,$P(t_1,\cdots,t_n)$在 G_1^* 中是正的,$P(s_1,\cdots,s_n)$在 G_j^* 中是负的,故可令

$$G_{h+1}^*=\mathrm{RUE_{NC}}(G_j^*,G_j^*)$$

于是 $G_{h+1}^*=G_i^*(P(t_1,\cdots,t_n)=0)\vee G_j^*(P(s_1,\cdots,s_n)=1)\vee D$

$$\equiv((0\vee G_i)\wedge H_i(P(t_1,\cdots,t_n)=0))\vee((\sim1\vee G_j)\wedge H_j(P(s_1,\cdots,s_n)=1))\vee D$$

$$\equiv(0\vee G_i\vee\sim1\vee G_j\vee D)\wedge H_{h+1}=\overline{G}_{h+1}\wedge H_{h+1}$$

其中 $H_{h+1}\equiv(0\vee G_i\vee H_j(P(s_1,\cdots,s_n)=1)\vee D)\wedge(H_i(P(t_1,\cdots,t_n)=0)\vee\sim1\vee G_j\vee D)$

$$\wedge(H_i(P(t_1,\cdots,t_n)=0)\vee H_j(P(s_1,\cdots,s_n)=1)\vee D$$

(3)若 $\overline{G}_{h+1}=\mathrm{NRF}(\overline{G}_i)(1\leqslant i\leqslant h)$,不妨设 $G_i\triangleq(t_1\neq t_2)\vee G_i$,于是 $\overline{G}_{h+1}=\sim1\vee G_i\vee D$,其中 D 是(t_1,t_2)的不一致集. 由于 $t_1=t_2$ 在 $\overline{G}_i$ 中是负的,所以可得 $t_1=t_2$ 在 G_i^* 中是负的. 故可令

$$G_{h+1}^*=\mathrm{NRF_{NC}}(G_i^*)$$

于是 $G_{h+1}^*=G_i^*((t_1=t_2)=1)\vee D\equiv((\sim1\vee G_i)\wedge H_i((t_1=t_2)=1))\vee D$

$$\equiv(\sim 1 \vee G_i \vee D) \wedge H_{h+1} = G_{h+1} \wedge H_{h+1}$$

其中

$$H_{h+1} \equiv H_i((t_1 = t_2) = 1) \vee D$$

归纳定义完成.

显然,D_1^* 是从 S^* 出发使用不带有化简规则的 NC－RUE－NRF 归结推出 G_k^* 的演绎.

将 D_1^* 中 S^* 的广义子句都恢复为 S 的广义子句.注意到文献[5]中的引理 2,恢复后的原子极性保持不变.于是得到一个从 S 出发的使用不带有化简规则的 NC－RUE－NRF 归结演绎 D_1:

$$\Psi_1, \Psi_2, \cdots, \Psi_k$$

其中 $\Psi_i(i=1,\cdots,k)$ 以 $\overline{G}_i \wedge H_i$ 为合取范式.

对演绎 D_1 中的每一个广义子句都进行完全化简,由文献[5]中定理 2 知,$CR(\overline{G}_i \wedge H_i)$ 是 $CR(\Psi_i)$ 的合取范式($i=1,\cdots,k$).注意到 $CR(\overline{G}_k)=0$,所以 $CR(\overline{G}_k \wedge H_k)=0$.由文献[5]中推论 2 得 $CR(\Psi_k)=0$.于是,存在最小的 $m(m\leqslant k)$ 使得 $CR(\Psi_m)=0$(当 $m<k$ 时,必有 $CR(H_m)=0$).注意到 $CR(\overline{G}_i)=G'_i(i<m)$.$D_1$ 中 NC－RUE 归结原子和 NC－NRF 归结原子所用到的极性是它们在 G'_i 中的极性.因此,完全化简后的广义子句仍能以它们为归结原子作 NC－RUE归结或 NC－NRF 归结.再注意到文献[5]中的推论 1,化简后的序列:

$$CR(\Psi_1), \cdots, CR(\Psi_m)$$

恰是从 S 出发使用 NC－RUE－NRF 归结推出 $CR(\Psi_m)=0$ 的演绎.□

由提升引理,Herbrand 定理及定理 3,不难证明下面定理.

定理 4. 若 S 是 E 不可满足的广义子句集,则存在从 S 出发推出子句 0 的 NC－RUE－NRF归结演绎.

参考文献

1 Digricoli V J, Harrison M C. Equality－based binary resolution. JACM, 1986,**33**(2):253－288.
2 刘叙华.广义 RUE－NRF 归结.吉林大学自然科学学报,1993(1):37－40.
3 王湘浩,刘叙华.广义归结.计算机学报,1982,**5**(2):81－92.
4 Murray M V. Completely non－clausal theorem proving. Artificial Intelligence, 1982,**18**(1):67－85.
5 孙吉贵,刘叙华.NC 线性对称调解.计算机学报, 1993,**16**(8):561－567.

NC－RUE－NRF RESOLUTION

Liu Xuhua　Sun Jigui

(*Department of Computer Science, Jilin University, Changchun* 130023)

Abstract　This paper defines the method of NC－RUE－NRF resolution, and proves the completeness of the deduction of using NC－RUE－NRF resolution for generalized clauses set which contains equality.

Key words　RUE－NRF resolution, generalized RUE－NRF resolution, NC－RUE－NRF resolution.