

## 常规分簇的超宽带传感网生存期的上界\*

徐娟<sup>1,2+</sup>, 洪永发<sup>3</sup>, 王成<sup>1,2</sup>, 白星振<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(同济大学 电子与信息工程学院, 上海 200092)

<sup>2</sup>(同济大学 嵌入式系统与服务计算教育部重点实验室, 上海 200092)

<sup>3</sup>(山东科技大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266510)

### Upper Bounds on Lifetime of Ordinary Clustering Ultra Wide Band Sensor Networks

XU Juan<sup>1,2+</sup>, HONG Yong-Fa<sup>3</sup>, WANG Cheng<sup>1,2</sup>, BAI Xing-Zhen<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(College of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

<sup>2</sup>(Key Laboratory of Embedded System and Service Computing of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

<sup>3</sup>(College of Information Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510, China)

+ Corresponding author: E-mail: jxujuan@tongji.edu.cn

**Xu J, Hong YF, Wang C, Bai XZ. Upper bounds on lifetime of ordinary clustering ultra wide band sensor networks. Journal of Software, 2011, 22(2): 313-322. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3748.htm>**

**Abstract:** This paper considers the time hopping impulse radio ultra wide band (TH-IR UWB) sensor networks, with  $n$  sensor nodes uniformly and independently located on a square and a Sink. The upper bounds on the lifetime of ordinary clustering dense and extended TH-IR UWB sensor networks are derived respectively. For ordinary clustering networks, the cluster head aggregates data from the nodes within its own cluster, and relays data to other cluster heads. The results indicate that the upper bounds on the lifetime of ordinary clustering dense TH-IR UWB are in proportion with the node density (or the number of nodes), while the upper bounds on the lifetime of extended networks are inversely proportional to the size of the deployment area (or the number of nodes). The results also reveal that the upper bound on the lifetime of dense network in the ideal case are longer than those of the static network by a factor of  $(n/\log n)^{1/2}$ , and the upper bound on the lifetime of extended network in the ideal case are longer than those of the static network by a factor of  $(\lambda n/\log(\lambda n))^{1/2}$ . Therefore, sensor nodes, or the Sink moving randomly in the square, can improve the lifetime of ordinary clustering TH-IR UWB sensor network.

**Key words:** sensor network; ultra wide band; clustering; energy dissipation; lifetime

**摘要:** 考虑了  $n$  个传感节点和一个 Sink 组成的跳时脉冲无线电超宽带(time hopping impulse radio ultra wide band, 简称 TH-IR UWB) 传感网, 其中,  $n$  个传感节点均匀且独立地分布在正方形上. 分别推导了常规分簇的密集和扩展 TH-IR UWB 传感网的生存期上界. 常规分簇网络的簇头仅对本簇内的节点发送的数据进行融合, 而对其他簇头发送的数据仅转发. 研究表明, 常规分簇密集 TH-IR UWB 传感网的生存期上界与节点密度(或节点数)成正比,

\* 基金项目: 国家自然科学基金(90818023, 61003222); 国家重点基础研究发展规划(973)(2010CB328101); 国家科技支撑计划(2008BAH37B09); 国家高技术研究发展计划(863)(2008BAH37B09); 长江学者和创新团队发展计划; 上海市科技创新计划(10DJ1400300, 08GG08, 09510701300)

收稿时间: 2009-08-30; 定稿时间: 2009-10-10

扩展网络的生存期上界与部署区域大小(或节点数)成反比.研究结果也表明,对于密集网络,理想情形下的生存期上界比静态网络提高了 $(n/\log n)^{1/2}$ 倍;而对于扩展网络,理想情形下生存期的上界比静态网络提高了 $(\lambda n/\log(\lambda n))^{1/2}$ 倍.因此,节点或 Sink 在正方形内随机移动能够提高传感网生存期.

关键词: 传感网;超宽带;分簇;能量消耗;生存期

中图法分类号: TP393 文献标识码: A

由于无线传感网的广阔应用前景和对社会生活可能产生的巨大影响,近年来国内外研究机构都竞相开展这方面的研究.无线传感网是由低费用、低功耗、能量受限的传感节点和用户能够读取到数据的汇聚节点(sink)组成.传感节点负责监控物理现象,并把结果报告给汇聚节点.无线传感网的绝大多数应用都要求有较长的生存期,长达数月甚至数年.但是,传感节点依靠有限的电源,如由电池供电,因此,网络生存期成为设计能量受限的传感网的一个关键问题.人们已为延长传感网生存期进行了广泛的研究,主要是从能量高效的通信协议、跨层、拓扑控制、负载均衡和编码等几个方面展开研究<sup>[1-5]</sup>.

分簇协议也是延长传感网生存期的有效方法.在分簇网络中,每个簇由一个簇头和多个簇成员组成.从传感节点收集的数据首先被发送到簇头,然后再转发给汇聚节点.分簇经常使用数据融合,以进一步降低能量消耗.为了节省能量消耗或延长传感网生存期,分簇协议经常在传感网中用于高效地协调数据分发.最近几年已提出了许多旨在使网络生存期最大化或能量最小化的分簇路由协议<sup>[6,7]</sup>.

目前存在 3 种超宽带(ultra wide band 简称 UWB)的变体:跳时脉冲无线电 UWB,DS-CDMA UWB 和 MC-UWB<sup>[8]</sup>.由于跳时脉冲无线电超宽带(time hopping impulse radio ultra wide band,简称 TH-IR UWB)具有诸如宽频谱、低功耗、低成本和低复杂性的收发信机、与现存的窄带和宽带无线通信网络共存、类似噪声的信号、精确的定位能力和较强的抗多径衰落能力等独有的特性<sup>[9]</sup>,所以,TH-IR UWB 是无线传感网物理层的首选方案.

本文将对分簇 TH-IR UWB 传感网的生存期上界进行研究.由于通过实验来研究大规模 TH-IR UWB 传感网(即节点数  $n$  趋于无穷)几乎不可行,而生存期的上界能够为分簇网络的可扩展性及部署大规模的分簇网络提供理论依据,为设计能量高效的分簇路由协议提供指导,因此,从理论上研究分簇 TH-IR UWB 传感网的生存期上界具有重大意义.

目前,有两种常用的方法使节点数  $n$  趋于无穷:一种方法使网络的部署区域大小保持常数,而使节点密度  $\lambda$  趋于无穷(称为密集网络);另一种方法使节点密度  $\lambda$  保持常数,而使网络的部署区域大小趋于无穷(称为扩展网络).目前人们已对不同类型无线传感网生存期的上界进行了研究<sup>[10-12]</sup>,并且非分簇的密集 TH-IR UWB 传感网生存期的上界也得到了研究<sup>[13,14]</sup>.文献[15]则研究了分簇的密集 TH-IR UWB 传感网的生存期上界,但是,文献[15]中假设簇头只有在接收到本簇内的节点和其他簇头发送的数据后才对所接收到的数据执行融合(称为完全分簇).显然,这种分簇形式将会对数据传输造成很大的延时,因此只适用于对数据的延时很不敏感的应用场合,而且融合后的数据分组长度可能很长.而本文将研究另一种形式的分簇网络,即簇头仅对来自本簇内其他节点发送的数据执行数据融合,而对于来自于其他簇头的数据仅执行转发的功能,不进行任何处理(称为常规分簇).因此,这种分簇网络(常规分簇)适用于对时延敏感的应用.本文将研究常规分簇的 TH-IR UWB 传感网的生存期上界,并分别推导出密集网络和扩展网络的生存期上界.由于节点的能耗与其生存期成反比,文献[16]研究了非分簇的三维密集 TH-IR UWB 传感网的能耗上下界,但文中研究的节点能耗界限只考虑节点为中继一个数据分组所消耗的能量;而本文中的生存期上界是指假定在网络中  $n$  个节点均产生长度为  $M$  比特的数据分组情形下,网络中最早消耗完能量的那个节点的生存期.

## 1 系统模型

### 1.1 网络模型

网络模型假设由  $n$  个传感节点(下文简称节点)和一个位于服务区域中心的汇聚节点(sink)组成的一个随机 TH-IR UWB 传感网.对于密集网络, $n$  个节点独立同分布且均匀地位于一个面积为  $S$  的正方形  $Q$  上,其中, $S$  是一个与  $n$  无关的常数;对于扩展网络, $n$  个节点独立同分布且均匀地位于面积为  $S(n)=\lambda n$  的正方形  $Q$  上,其中, $\lambda$  是一个与  $n$  无关的常数.为简单起见,文中假设簇头或节点产生的数据分组都具有相同的长度,即都包含  $M$  比特.

令  $X_i$  代表节点及其所在的位置,令  $H_i$  代表簇头及其所在的位置.令  $P_{t_i} \geq 0$  是节点  $X_i$ (簇头  $H_i$ )的发射功率, $P_{r_j} \geq 0$  为节点  $X_j$ (簇头  $H_j$ )的接收功率.设节点  $X_i$ (簇头  $H_i$ )的初始能量为  $\varepsilon_i \geq 0$ .为简单起见,假设这是一个同质网络,即所有节点有相同的硬件和处理能力.因此有  $P_{t_i}=P_t, P_{r_j}=P_r, \varepsilon_i=\varepsilon, \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

文献[15]中已经证明,对由  $n$  个节点组成的 TH-IR UWB 通信网络,若采用 BPSK(binary phase shift key)调制,加性高斯白噪声(additive white Gaussian noise,简称 AWGN)信道,噪声的双边功率谱密度为  $\eta/2$ ,则节点  $X_k$  发送长度为  $M$  比特的数据分组到达其下一跳节点  $X_{k+1}$  的能量消耗为

$$E_{tx} = MP_t N_f^{(k)} T_c = M \delta \eta \|X_k - X_{k+1}\|^\alpha \quad (1)$$

其中, $E_{tx}$  是节点的发射能耗; $P_t$  是节点的发射功率; $N_f^{(k)}$  是节点  $X_k$  的每比特发射的脉冲数; $T_c$  是码片持续时间; $\delta=[Q^{-1}(P_b)]^2$ , $P_b$  是比特错误概率; $\|X_k - X_{k+1}\|$  为节点  $X_k$  与其相邻的下一跳节点  $X_{k+1}$  之间的欧几里德距离; $\alpha$  为路径损耗指数, $\alpha > 2$ .

节点  $X_{k+1}$  接收来自于前一跳节点  $X_k$  的数据分组能量消耗为

$$E_{rx} = MP_r N_f^{(k)} T_c = P_r M \delta \eta \|X_k - X_{k+1}\|^\alpha / P_t \quad (2)$$

其中, $E_{rx}$  是节点的接收能耗, $P_r$  是节点的接收功率.

### 1.2 正方形空间棋盘布置

本文采用与文献[15]相同的正方形空间棋盘布置  $T$ ,棋盘布置  $T$  是由许多边长为  $l$  的小正方形  $q$  组成.称每一个小正方形  $q$  为一个单元,并称包含 Sink 的单元为中央单元,并且以单元为单位形成簇,如图 1 所示.其中,密集网络的单元边长用  $l_d(n)$  表示,扩展网络的单元边长用  $l_e(n)$  表示.

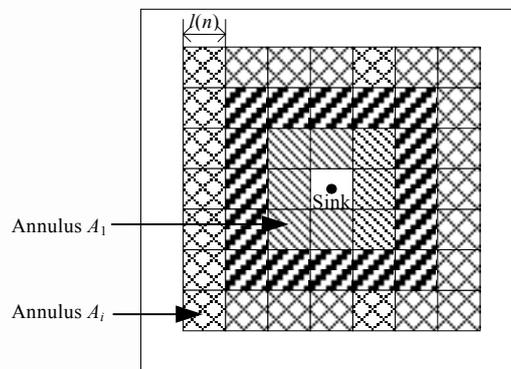


Fig.1 Square tessellation

图 1 正方形棋盘布置

如果两个单元之间共享一条边或一个顶点,则称这两个单元是邻接的.定义与中央单元相邻接的单元集合为正方环  $A_1$ ,使用  $A_i(i > 1)$  表示围绕  $A_{i-1}$  的单元集合,如图 1 所示.显然,正方环具有下述性质<sup>[15]</sup>:

(1) 在正方环  $A_i$  中,单元数  $Z_i=8i$ ;

(2) 当  $u \gg 1$  时,完全覆盖正方形  $Q$  所需的正方环数  $u = \sqrt{S}/(2l)$ .

**引理 1.** 如果面积为  $S(n)=\lambda n$  的正方形  $Q$  采用正方形空间棋盘布置  $T$  来覆盖,其中,每个小正方形单元  $q$  的面积为  $s(n)=\gamma_1 \log(\lambda n)$ ,则每个单元所包含的节点数  $N(q)$  以高概率满足  $N(q) \geq 1$ ,且  $N(q) = \mathcal{O}(\gamma_1 \log(\lambda n)/\lambda)$ ,其中,  $\gamma_1$  是一个与  $n$  无关的常数,且  $\gamma_1 > 8\lambda$ .

证明:由于  $n$  个节点独立同分布,且均匀分布在面积为  $S(n)$  的正方形  $Q$  上,因此,对于一个特定的节点  $X_i (1 \leq i \leq n)$ ,其落入一个特定单元的概率为

$$p(n) = \frac{s(n)}{S(n)} = \frac{\gamma_1 \log(\lambda n)}{\lambda n} \quad (3)$$

易知,一个特定单元不包含节点的概率为  $(1-p(n))^n$ .由于在正方形  $Q$  内所包含的单元总数为  $N_{cell}(n) = \lambda n / (\gamma_1 \log(\lambda n))$ ,根据联合界可得,至少有 1 个单元不包含节点的概率为

$$\Pr(\exists q, N(q) = 0) \leq \frac{\lambda n}{\gamma_1 \log(\lambda n)} \left(1 - \frac{\gamma_1 \log(\lambda n)}{\lambda n}\right)^n \quad (4)$$

其中,  $q$  表示单元,  $N(q)$  表示在单元  $q$  中的节点数.

由于  $1-x \leq \exp(-x)$ ,  $\left(1 - \frac{\gamma_1 \log(\lambda n)}{\lambda n}\right)^n \leq (\lambda n)^{-\gamma_1/\lambda}$ , 因而当  $n \rightarrow \infty$  和  $\gamma_1 > \lambda$  时,  $\frac{\lambda n}{\gamma_1 \log(\lambda n)} \left(1 - \frac{\gamma_1 \log(\lambda n)}{\lambda n}\right)^n \rightarrow 0$ .

因此,

$$\Pr(\forall q, N(q) \geq 1) \geq 1 - \frac{\lambda n}{\gamma_1 \log(\lambda n)} \left(1 - \frac{\gamma_1 \log(\lambda n)}{\lambda n}\right)^n \quad (5)$$

即当  $n \rightarrow \infty$  和  $\gamma > 1$  时,每个单元至少包含 1 个节点的概率趋于 1.

根据公式(3)可知,一个单元内的平均节点数为  $\mu = \gamma_1 \log(\lambda n)/\lambda$ .应用 Chernoff 界<sup>[17]</sup>,对单元  $q$  包含的节点数有

$$\Pr(N(q) \geq 3\gamma_1 \log(\lambda n)/(2\lambda)) \leq e^{-\frac{\gamma_1 \log(\lambda n)}{12\lambda}} \quad (6)$$

$$\Pr(N(q) \leq \gamma_1 \log(\lambda n)/(2\lambda)) \leq e^{-\frac{\gamma_1 \log(\lambda n)}{8\lambda}} \quad (7)$$

因此有

$$\Pr(|N(q) - \gamma_1 \log(\lambda n)/\lambda| \geq \gamma_1 \log(\lambda n)/(2\lambda)) \leq (\lambda n)^{-\frac{\gamma_1}{8\lambda}} \quad (8)$$

应用联合界有

$$\Pr(\exists q, |N(q) - \gamma_1 \log(\lambda n)/\lambda| \geq \gamma_1 \log(\lambda n)/(2\lambda)) \leq (\lambda n)^{-\frac{\gamma_1+1}{8\lambda}} / (\gamma_1 \log(\lambda n)) \quad (9)$$

因此,当  $\gamma_1 > 8\lambda$  时,每个单元包含的节点数为  $\mathcal{O}(\gamma_1 \log(\lambda n)/\lambda)$  的概率趋于 1.  $\square$

**引理 2.** 如果面积为  $S$  的正方形  $Q$  采用正方形空间棋盘布置  $T$  来覆盖,其中,每个小正方形单元  $q$  的面积为  $s(n) = (\gamma_2 S \log n)/n$ ,则当  $n \rightarrow \infty$  时,每个单元的节点数  $N(q)$  以高概率满足  $N(q) \geq 1$ ,且  $N(q) = \mathcal{O}(\gamma_2 \log n)$ ,其中,  $\gamma_2$  是一个与  $n$  无关的常数,且  $\gamma_2 > 8$ .

引理 2 的证明过程类似于引理 1.

### 1.3 生存期的定义及性能度量

由于无线传感网的应用广泛,对于不同的应用情境,可能有不同的生存期定义.本文的生存期定义为:给定每个传感节点的初始能量  $\varepsilon$ ,且假设网络中  $n$  个节点均产生等长度的数据分组,并规定网络中的所有节点各将一个数据分组发给 Sink 为一个任务,则生存期为当网络内最早耗尽能量的节点在其耗尽能量之前执行任务的最大次数.

本文将分别研究静态传感网和理想情形下的网络生存期.下面给出生存期的数学表达式.

TH-IR UWB 静态传感网生存期  $LT(n)$  的定义为

$$LT(n) = \varepsilon / E\{\bar{e}_{\max}(n)\} \quad (10)$$

其中,  $\varepsilon$  为节点的初始能量;  $\bar{e}_{\max}$  为在假定网络中  $n$  个节点均产生长度为  $M$  比特的数据分组并通过多跳将分组发送到 Sink 时, 网络内的节点为传递数据分组所消耗的最大平均能量;  $E\{\bar{e}_{\max}(n)\}$  表示对  $\bar{e}_{\max}(n)$  求期望.

在理想情形下, 即在每个节点的能量消耗都相同的情形下, TH-IR UWB 传感网生存期  $LT(n)$  的定义为

$$LT(n) = n\varepsilon / E\{e_{tot}(n)\} \quad (11)$$

其中,  $e_{tot}(n)$  为网络内  $n$  个节点均产生长度为  $M$  比特的数据分组并通过多跳将分组发送到 Sink 时的网络总耗能,  $E\{e_{tot}(n)\}$  表示对  $e_{tot}(n)$  求期望.

本文将研究节点随机分布在服务区域内的 TH-IR UWB 传感网生存期  $LT(n)$  的上界.  $LT(n)$  是  $n$  的函数, 又由于网络是随机的, 所以网络生存期  $LT(n)$  也是随机的. 推导得到的生存期上界为具有高概率的某个函数, 即当  $n \rightarrow \infty$  时, 其概率趋于 1. 具体而言, 如果存在确定的与  $n$  无关的常数  $c > 0$ , 满足:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr(LT(n) = cf(n) \text{ is feasible}) < 1 \quad (12)$$

则称生存期  $LT(n)$  的上界为  $\mathcal{O}(f(n))$ .

由生存期上界的定义可以看出, 实际网络所获得的生存期大小不可能超过上界, 但它为设计能量高效的分簇路由协议指明了方向.

## 2 常规分簇的扩展 TH-IR UWB 传感网生存期的上界

为了平衡簇内每个节点的能量消耗, 每个节点在每轮中等概率地成为一个簇头, 所有的簇头将组成一个通信骨干网, 用于整个传感网的通信. 簇内的其他传感节点在大部分时间内处于睡眠状态, 仅在需要感知环境或发射自己的数据分组时才醒来. 簇头对接收到的来自本单元内其他节点的数据将执行融合, 尽管簇头执行数据融合时会消耗一部分能量, 但是用于数据融合的能量消耗远远小于用于接收和发射数据时的能量消耗.

簇内部通信以及不同簇之间的通信可以采用单跳或多跳. 对于单跳通信, 每个节点能够直接将数据发送到其目的节点; 对于多跳通信, 节点发送的数据需要经过若干跳, 直到其达到最终目的节点. 在本文中, 簇内通信采用单跳, 因为节点与簇头的距离比较近, 而且可以采用较为简单的调度策略. 由于 TH-IR UWB 通信系统中节点的发射能耗和接收能耗与收发节点间的距离的  $\alpha$  次方成正比, 因此, 采用常规分簇网络的不同簇头之间采用多跳通信, 因为有些簇头距离 Sink 比较远, 利用多跳通信能够降低能量消耗.

对于常规分簇的传感网, 在正方形  $A_i$  的每个单元内, 仅有簇头能够接收来自其相邻的上一层正方形  $A_{i+1}$  簇头发送来的数据, 并将该数据发射到其相邻的下一个正方形  $A_{i-1}$  的簇头. 其间, 正方形  $A_i$  内的簇头不对这些数据执行融合. 簇头也需要接收来自本单元内其他节点发送的数据, 然后簇头将对这些数据执行融合, 并将经融合后的数据发射到其下一跳簇头.

**引理 3.** 在常规分簇的扩展 TH-IR UWB 静态传感网中, 正方形  $A_i$  中的某一簇头用于中继的平均能量消耗的期望  $E\{\bar{e}_{tot-rel}(n)\}$  以高概率满足:

$$E\{\bar{e}_{tot-rel}(n)\} \geq t_1 \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \frac{(\lambda n)}{\log(\lambda n)} (\log(\lambda n))^{\alpha/2} \quad (13)$$

其中,  $t_1$  是一个与  $n$  无关的常数,  $\alpha > 2$ .

证明: 令  $L_i$  为源簇头  $H_i$  和汇聚节点  $X_d$  之间的跳距长度之和, 则  $L_i$  可表示为

$$L_i = \sum_{j=0}^{Y-1} \|H_j - H_{j+1}\| \geq \|H_i - X_d\| = D_i \quad (14)$$

其中,  $Y$  是源簇头  $H_i$  和汇聚节点  $X_d$  之间路由  $R_i$  上的簇头个数;  $D_i$  是源簇头  $H_i$  和汇聚节点  $X_d$  之间的欧几里德距离,  $H_0 = H_i, H_Y = X_d$ .

为了防止总能耗额外的增加和不能接受的延迟, 需要将源汇聚节点对路由上的中继节点限定在一定的范围之内. 令  $B_i$  为源簇头  $H_i$  和汇聚节点  $X_d$  之间的直线, 定义平面上的一个区域  $G(B_i)$  如下:

$$z \in G(B_i) \text{ iff } \exists y \in B_i \text{ s.t. } |y - z| \leq \sqrt{2}l_e(n) \quad (15)$$

其中,  $y, z$  表示平面上的点.

$G(B_i)$ 定义了围绕源汇聚节点对直线  $B_i$  的一个覆盖区:与直线  $B_i$  相交的所有单元将被完全包含在该覆盖区内(如图 2 中的阴影区域所示).被包含在覆盖区内的单元数最大值为

$$N_{cell}(n) = 2\pi + 2\sqrt{2}D_i/l_e(n) \tag{16}$$

其中,  $l_e(n) = \sqrt{\gamma_1 \log(\lambda n)}$ .

因此,源簇头  $H_i$  发送长度为  $M$  比特的数据分组沿着路由  $R_i$  到达汇聚节点  $X_d$  所消耗的总能量为

$$e_{i-rel}(n) = \sum_{i=0}^{Y-1} \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \|H_i - H_{i+1}\|^\alpha \geq \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \frac{L_i^\alpha}{(2\pi + 2\sqrt{2}D_i/\sqrt{\gamma_1 \log(\lambda n)})^{\alpha-1}} \tag{17}$$

其中,  $\alpha > 2$  且  $Y \leq N_{cell}(n)$ ,  $L_i$  表示源簇头  $H_i$  沿着路由  $R_i$  的跳距长度之和.为简单起见,公式(17)中包含了汇聚节点的接收能量消耗.

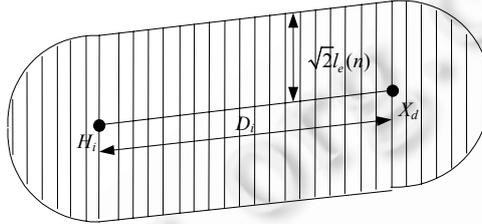


Fig.2 Coverage region of source sink pair route  $R_i$

图 2 源汇聚对路由  $R_i$  的覆盖区

在路由  $R_i$  上,任一簇头用于中继的能量消耗可表示为

$$\bar{e}_{rel}(n) \geq \frac{e_{i-rel}(n)}{N_{cell}(n)} \geq \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \frac{L_i^\alpha}{(2\pi + 2\sqrt{2}D_i/\sqrt{\gamma_1 \log(\lambda n)})^\alpha} \tag{18}$$

对于常规分簇的 TH-IR UWB 静态传感网,显然在正方环  $A_1$  内的簇头用于中继的能量消耗最大,因为环  $A_1$  中的簇头需要中继来自于环  $A_2 \sim A_u$  之间所有簇头的数据分组.正方环  $A_1$  中的一个簇头用于中继的能量消耗以高概率满足:

$$\bar{e}_{tot-rel}(n) = \frac{1}{8} \sum_{j=2}^u 8^j \bar{e}_{rel}(n) \geq \frac{u^2}{2} \bar{e}_{rel}(n) \geq \frac{1}{8} \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \frac{\lambda n}{\gamma_1 \log(\lambda n)} f(L_i) \tag{19}$$

其中,  $f(L_i) = L_i^\alpha / (2\pi + 2\sqrt{2}D_i/\sqrt{\gamma_1 \log(\lambda n)})^\alpha$ .

因此,正方环  $A_1$  中的一个簇头用于中继的能量消耗的期望为

$$E\{\bar{e}_{tot-rel}(n)\} \geq \frac{1}{8} \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \frac{\lambda n}{\gamma_1 \log(\lambda n)} E\{f(L_i)\} \geq \frac{1}{8} \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \frac{\lambda n}{\gamma_1 \log(\lambda n)} \Pr(D_i \geq \xi) E\{f(D_i) | D_i \geq \xi\} \tag{20}$$

对于扩展网络,当源目的节点对的距离  $D_i$  大于  $\xi$  时,有  $E\{D_i\} = \mathcal{O}(\lambda n)^{1/2}$ .

由此得到,  $E\{2\sqrt{2}D_i/\sqrt{\gamma_1 \log(\lambda n)}\} \gg 2\pi$  以高概率成立.因此,正方环  $A_1$  中的一个簇头用于中继的能量消耗期望以高概率满足:

$$E\{\bar{e}_{tot-rel}(n)\} \geq t_1 \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \frac{\lambda n}{\log(\lambda n)} (\log(\lambda n))^{\alpha/2} \tag{21}$$

其中,  $t_1$  是一个与  $n$  无关的常数. □

**引理 4.** 对于节点服从均匀分布的扩展网络,如果随机地选择单元内的两个节点,并将其通过一条直线连接,设  $L$  是一个对应于这条直线长度的随机变量,则

$$E[L] = t_2 \sqrt{\log(\lambda n)} \tag{22}$$

其中,  $t_2 = 4\sqrt{2}\gamma_1\pi/3$ , 是一个与  $n$  无关的常数.

该引理的证明类似于文献[15]中的引理 2.

**定理 5.** 常规分簇的扩展 TH-IR UWB 静态传感网的生存期上界是  $O((\log(\lambda n))^{(4-\alpha)/2}/(\lambda n))$ , 当  $n \rightarrow \infty$  时. 其中,  $\alpha > 2$ .

证明: 簇头用于接收本单元内其他节点发送数据的能量消耗为

$$e_{rx-h}(n) \geq (x-1) \frac{P_r}{P_t} M \delta \eta (t_2 \sqrt{\log(\lambda n)})^\alpha \quad (23)$$

其中,  $x = O(\log(\lambda n))$ , 为一个单元中的节点数.

在该单元内, 所有非簇头节点的发射能量消耗为

$$e_{tx-n}(n) \geq (x-1) M \delta \eta (t_2 \sqrt{\log(\lambda n)})^\alpha \quad (24)$$

考虑到单元内的每个节点在每轮中有相同的概率成为簇头, 当  $n \rightarrow \infty$  时, 每节点用于单元内通信的平均能量消耗为

$$\bar{e}_{c-node}(n) = \frac{e_{rx-h}(n) + e_{tx-n}(n)}{x} \geq \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta (t_2 \sqrt{\log(\lambda n)})^\alpha \quad (25)$$

公式(25)的推导过程利用的是, 当  $n \rightarrow \infty$  时,  $\log(\lambda n) \gg 1$ .

当  $n \rightarrow \infty$  时, 正方环  $A_1$  内每节点用于中继的平均能量消耗为

$$E\{\bar{e}_{r-node}(n)\} \geq \frac{E\{\bar{e}_{tot-rel}(n)\}}{c_h \gamma_1 \log(\lambda n) / \lambda} \geq \frac{t_1 \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta (\log(\lambda n))^{\alpha/2} \frac{\lambda n}{\log(\lambda n)}}{c_h \gamma_1 \log(\lambda n) / \lambda} \quad (26)$$

其中,  $c_h \gamma_1 \log(\lambda n) / \lambda$  为每单元以高概率最多包含的节点数.

因为当  $n \rightarrow \infty$  时,  $\lambda n \gg (\log(\lambda n))^2$ , 因此, 网络内每节点的最大平均能量消耗的期望为

$$E\{\bar{e}_{max}(n)\} \geq t_3 \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \frac{\lambda n}{(\log(\lambda n))^2} (\log(\lambda n))^{\alpha/2} \quad (27)$$

其中,  $t_3$  是一个与  $n$  无关的常数.

因此, 基于公式(10)和公式(27)可得, 常规分簇的扩展 TH-IR UWB 静态传感网生存期的上界为

$$LT_d^{sta}(n) = \frac{\varepsilon}{E\{\bar{e}_{max}(n)\}} = O\left((\log(\lambda n))^{(4-\alpha)/2}/(\lambda n)\right) \quad (28)$$

当  $n \rightarrow \infty$  时. 其中,  $\alpha > 2$ . □

**定理 6.** 在理想情形下, 常规分簇的扩展 TH-IR UWB 传感网的生存期上界是  $O((\log(\lambda n))^{(3-\alpha)/2}/(\lambda n)^{1/2})$ , 当  $n \rightarrow \infty$  时. 其中,  $\alpha > 2$ .

证明: 常规分簇的扩展 TH-IR UWB 传感网内所有节点的总通信能耗的期望为

$$\begin{aligned} E\{e_{tot}(n)\} &= E\left\{\sum_{j=1}^u 8j e_{i-rel}(n) + \sum_{j=1}^u 8j(e_{rx-h}(n) + e_{tx-n}(n))\right\} \\ &\geq 4(u^2 + u) \left\{E\{e_{i-rel}(n)\} + (c_h \gamma_1 \log(\lambda n) / \lambda - 1) \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta (t_2 \sqrt{\log(\lambda n)})^\alpha\right\} \end{aligned} \quad (29)$$

其中,  $c_h \gamma_1 \log(\lambda n) / \lambda$  为每单元以高概率至少包含的节点数.

当  $n \rightarrow \infty$  时, 簇头  $H_i$  沿着路由  $R_i$  发送长度为  $M$  比特的数据到达汇聚节点  $X_d$  所消耗的总能量的期望为

$$E\{e_{i-rel}(n)\} \geq \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta t_4 E\{D_i\} (\log(\lambda n))^{(\alpha-1)/2} = t_5 \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta (\lambda n)^{1/2} (\log(\lambda n))^{(\alpha-1)/2} \quad (30)$$

其中,  $E\{D_i\} = O((\lambda n)^{1/2})$ ,  $t_4, t_5$  都是与  $n$  无关的常数.

因为当  $n \rightarrow \infty$  时,  $\log(\lambda n) \gg 1$  且  $(\lambda n)^{1/2} \gg (\log(\lambda n))^{3/2}$ , 因此, 常规分簇的扩展 TH-IR UWB 传感网内所有节点总

通信能耗的期望可简化为

$$\begin{aligned} E\{e_{tot}(n)\} &= 4(u^2 + u) \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \{t_5 (\lambda n)^{1/2} (\log(\lambda n))^{(\alpha-1)/2} + (c_i \gamma_1 \log(\lambda n)) (t_2 \log(\lambda n))^{\alpha/2}\} \\ &\geq t_6 \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta u^2 (\lambda n)^{1/2} (\log(\lambda n))^{(\alpha-1)/2} \end{aligned} \quad (31)$$

其中,  $t_6$  是一个与  $n$  无关的常数.

因此,基于公式(11)、公式(31)及  $u = \sqrt{\lambda n} / (2l_e(n))$  可得,在理想情形下的常规分簇扩展 TH-IR UWB 传感网的生存期上界为

$$LT_e^{id}(n) = \frac{n\varepsilon}{E\{e_{tot}(n)\}} = O\left((\log(\lambda n))^{(3-\alpha)/2} / (\lambda n)^{1/2}\right) \quad (32)$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,其中,  $\alpha > 2$ . □

由定理 5 和定理 6 可知,对于常规分簇的扩展 TH-IR UWB 传感网,无论是静态情形和还是理想情形,其生存期的上界均与网络的部署区域大小  $\lambda n$  (或节点数)成反比;理想情形下的生存期上界比静态网络高  $(\lambda n / \log(\lambda n))^{1/2}$  倍.显然,理想情形可由节点或 Sink 在正方形  $Q$  内随机移动获得.但是在大多数情况下,节点是不能移动的,因此,为了提高传感网的生存期, Sink 在正方形  $Q$  内随机移动是有益的.

### 3 常规分簇的密集 TH-IR UWB 传感网生存期的上界

**引理 7.** 在常规分簇的密集 TH-IR UWB 静态传感网中,正方形环  $A_1$  中的某一簇头用于中继的平均能量消耗的期望  $E\{\bar{e}_{tot-rel}(n)\}$  以高概率满足:

$$E\{\bar{e}_{tot-rel}(n)\} \geq t_{d1} \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta \frac{n}{\log n} \left(\frac{S \log n}{n}\right)^{\alpha/2} \quad (33)$$

其中,  $t_{d1}$  是一个与  $n$  无关的常数,  $\alpha > 2$ .

该引理的证明类似于引理 3.其中,对于均匀分布的密集网络,有

$$E\{D_i\} = \Theta(1), l_d(n) = \sqrt{\gamma_2 S \log n / n}, u = \sqrt{S} / (2l_d(n)).$$

**引理 8(文献[15]中的引理 2).** 对于密集网络,如果随机地选择单元内的两个节点,并将其通过一条直线连接,设  $L$  是一个对应于这条直线长度的随机变量,则

$$E[L] = t_{d2} \sqrt{S \log n / n} \quad (34)$$

其中,  $t_{d2} = 4\sqrt{2\gamma_2\pi}/3$  是一个与  $n$  无关的常数.

**定理 9.** 常规分簇的密集 TH-IR UWB 静态传感网的生存期上界是  $O\left(\frac{(\log n)^2}{n} \left(\frac{n}{S \log n}\right)^{\alpha/2}\right)$ ,当  $n \rightarrow \infty$  时.其中,  $\alpha > 2$ .

该定理的证明类似于定理 5.

**定理 10.** 在理想情形下,即在网络内每个节点的能耗均相同的情形下,常规分簇的密集 TH-IR UWB 传感网的生存期上界是  $O(\log n / (S \log n))^{(\alpha-1)/2}$ ,当  $n \rightarrow \infty$  时.其中,  $\alpha > 2$ .

该定理的证明类似于定理 6.其中,对于均匀分布的密集网络,簇头  $H_i$  沿着路由  $R_i$  发送长度为  $M$  比特的数据到达汇聚节点  $X_d$  所消耗的总能量的期望为

$$E\{e_{i-rel}(n)\} \geq t_{d3} \left(1 + \frac{P_r}{P_t}\right) M \delta \eta (n / (S \log n))^{-(\alpha-1)/2} \quad (35)$$

其中,  $t_{d3}$  是一个与  $n$  无关的常数.

由定理 9 和定理 10 可知,对于常规分簇的密集 TH-IR UWB 传感网,无论是静态情形和还是理想情形,其生存期的上界都将随着节点密度(或节点数  $n$ )的增加而增加;理想情形下的密集 TH-IR UWB 传感网的生存期上

界比静态网络高 $(n/\log n)^{1/2}$ 倍.

#### 4 结 论

本文分别研究了常规分簇的密集和扩展 TH-IR UWB 无线传感网的生存期上界.假设传感网由  $n$  个随机均匀独立分布在正方形上的节点和一个位于正方形中心的 Sink 组成,并且每个节点发送包含  $M$  比特的数据分组给 Sink.基于正方形空间棋盘布置,证明了密集网络的生存期上界与节点密度(或节点数  $n$ )成正比.因此,提高部署区域内的节点数有利于延长密集网络的生存期;而扩展网络的生存期上界与部署区域大小(或节点数  $n$ )成反比,因此,为了延长网络生存期,不宜采用大规模的扩展网络.文中推导得到的网络生存期的上界公式也表明,扩展网络在理想情形下的生存期上界比其静态网络增大了 $(\lambda n/\log(\lambda n))^{1/2}$ 倍,而密集网络在理想情形下的生存期上界比其静态网络增大了 $(n/\log n)^{1/2}$ 倍.因此,节点或 Sink 在服务区域内随机移动能够提高传感网的生存期.但是,节点或 Sink 的随机移动会使网络拓扑结构频繁地变化,使得网络协议如路由协议、MAC 协议设计更加复杂.生存期上界的推导过程表明,生存期上界也与路径衰减指数  $\alpha$  有关,并与分组中所包含的比特数  $M$  成反比.因此,簇头通过数据融合压缩所需传输的比特数有利于延长网络生存期.

与完全分簇的密集 TH-IR UWB 静态传感网的生存期上界  $LT_{dec}(n)^{[15]}$ 相比,本文所推导的常规分簇密集静态网络的生存期上界是  $LT_{dec}(n)$ 的 $(\log n)^2/n$ 倍.通过与文献[15]类似的推导可以得出,完全分簇的扩展静态网络的生存期上界  $LT_{ecc}(n)$ 为 $O(\log(\lambda n))^{-\alpha/2}$ .因此,常规分簇扩展静态网络的生存期上界是  $LT_{ecc}(n)$ 的 $(\log(\lambda n))^2/(\lambda n)$ 倍.因此,完全分簇的生存期远高于常规分簇网络.但是,实现完全分簇的应用只适用于对数据实时性没有要求的场合,应用场合受限;而且由于完全分簇网络中,簇头需要对本簇内其他节点发送的数据以及前一跳簇头发送的数据都执行数据融合,因此,融合后的数据分组长度  $M$  可能变得很长.

#### References:

- [1] Chang JH, Tassiulas L. Maximum lifetime routing in wireless sensor networks. *IEEE/ACM Trans. on Networking*, 2004,12(4): 609–619. [doi: 10.1109/TNET.2004.833122]
- [2] Madan R, Cui S, Lall S, Goldsmith A. Cross-Layer design for lifetime maximization in interference-limited wireless sensor networks. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2006,5(11):3142–3152. [doi: 10.1109/TWC.2006.04770]
- [3] Cerpa A, Estrin D. ASCENT: Adaptive self-configuring sensor networks topologies. *IEEE Trans. on Mobile Computing*, 2004,3(3): 272–285. [doi: 10.1109/TMC.2004.16]
- [4] Gao J, Zhang L. Load balanced short path routing in wireless networks. In: *Proc. of the INFOCOM 2004*. New York: IEEE, 2004. 1098–1107.
- [5] Li JL, AlRegib G. Network lifetime maximization for estimation in multihop wireless sensor networks. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2009,57(7):2456–2466. [doi: 10.1109/TSP.2009.2016872]
- [6] Heinzelman WB, Chandrakasan AP, Bslakrishnan H. An application-specific protocol architecture for wireless microsensor networks. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2002,1(4):660–670. [doi: 10.1109/TWC.2002.804190]
- [7] Younis O, Fahmy S. Heed: A hybrid, energy-efficient, distributed clustering approach for ad-hoc sensor networks. *IEEE Trans. on Mobile Computing*, 2004,3(4):366–379. [doi: 10.1109/TMC.2004.41]
- [8] Di Benedetto MG, Vojcic B. Ultra wide band wireless communications: A tutorial. *Journal of Communications and Networks*, 2003,5(4):290–302.
- [9] Nekoogar F. *Ultra-Wideband Communications: Fundamentals and Applications*. Prentice-Hall, Inc., 2005.
- [10] Bhardwaj M, Garnett T, Chandrakasan AP. Upper bounds on the lifetime of sensor networks. In: *Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Communications*. New York: IEEE, 2001. 785–790. [doi: 10.1109/ICC.2001.937346]
- [11] Bhardwaj M, Chandrakasan AP. Bounding the lifetime of sensor networks via optimal role assignments. In: *Proc. of the IEEE INFOCOM 2002*. New York: IEEE, 2002. 1587–1596. [doi: 10.1109/INFCOM.2002.1019410]
- [12] Zhang H, Hou J. On deriving the upper bound of  $\alpha$ -lifetime for large sensor networks. In: *Proc. of the Int'l Symp. on Mobile Ad Hoc Networking and Computing (MobiHoc)*. New York: Association for Computing Machinery, 2004. 121–132.

- [13] Xu J, Hong YF, Jiang CJ, Chen L. Upper bound on operational lifetime of ultra wide band sensor network. In: Proc. of the 1st Int'l Conf. on Wireless Algorithms, Systems and Applications. Berlin: Springer-Verlag, 2006. 271–282. [doi: 10.1007/11814856\_27]
- [14] Xu J, Hong YF, Chen L. Bound on the operational lifetime of ultra wide band sensor network. In: Proc. of the Int'l Conf. on Innovative Computing, Information and Control. New York: IEEE, 2006. 80–83. [doi: 10.1109/ICICIC.2006.58]
- [15] Xu J, Hong YF, Jiang CJ. Bounds on lifetime of cluster-based ultra-wide band wireless sensor network. Int'l Journal of Ad Hoc and Ubiquitous Computing, 2008,3(3):159–166. [doi: 10.1504/IJAHUC.2008.018402]
- [16] Xu J, Hong YF, Jiang CJ, Chen L. Energy dissipation bounds on three dimensional UWB wireless sensor network. Journal of Software, 2007,18(10):2645–2651 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/2645.htm> [doi: 10.1360/jos182645]
- [17] Michael M, Eli U. Probability and Computing: Randomized Algorithms and Probabilistic Analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 31–33.

#### 附中文参考文献:

- [16] 徐娟,洪永发,蒋昌俊,陈林.三维超宽带无线传感网的能耗界限.软件学报,2007,18(10):2645–2651. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/2645.htm> [doi: 10.1360/jos182645]



徐娟(1973—),女,浙江江山人,博士,副教授,CCF 会员,主要研究领域为超宽带传感网,Mesh 网络,认知网络.



洪永发(1976—),男,博士,讲师,主要研究领域为无线网络的资源优化,资源分配.



王成(1980—),男,博士生,主要研究领域为无线 Ad Hoc,传感网的算法设计和性能分析.



白星振(1977—),男,博士,讲师,主要研究领域为无线 Ad Hoc 网络,无线传感网,认知网络.