

# 完备鉴别保局投影人脸识别算法<sup>\*</sup>

杨利平, 龚卫国<sup>+</sup>, 夏小花, 李伟红, 杜 兴

(重庆大学 光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044)

## Complete Discriminant Locality Preserving Projections for Face Recognition

YANG Li-Ping, GONG Wei-Guo<sup>+</sup>, GU Xiao-Hua, LI Wei-Hong, DU Xing

(Key Laboratory of Opto-Electronic Technology and Systems of the Ministry of Education of China, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

+ Corresponding author: E-mail: wggong@cqu.edu.cn, <http://www.cqu.edu.cn>

**Yang LP, Gong WG, Gu XH, Li WH, Du X. Complete discriminant locality preserving projections for face recognition. *Journal of Software*, 2010,21(6):1277–1286.** <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3482.htm>

**Abstract:** To efficiently utilize the discriminant information in the range space of locality preserving total scatter, this paper proposes a complete discriminant locality preserving projections (CDLPP) algorithm for face recognition. Since Fisher discriminant analysis and locality preserving projections (LPP) have been widely used in face recognition, CDLPP algorithm integrates them together and analyzes the discriminant information contained in the principal spaces and null spaces of locality preserving within-class scatter, locality preserving between-class scatter and locality preserving total scatter. First, CDLPP algorithm removes the null space of locality preserving total scatter, in which no discriminant information is contained, using singular value decomposition (SVD). Then, regular discriminant features and irregular discriminant features of CDLPP are extracted severally in the null space and principal space of the locality preserving within-class scatter. Finally, both regular discriminant features and irregular discriminant features are concatenated to be used for face recognition. Extensive experiments on ORL face database, FERET subset and PIE subset illustrate that the performances of CDLPP outperform those of current subspace face recognition algorithms, such as LDA, LPP and discriminant LPP, which proves the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** LPP (locality preserving projections); CDLPP (complete discriminant locality preserving projections); SVD (singular value decomposition); subspace method; face recognition

**摘要:** 为了充分利用保局总体散布主元空间内的鉴别信息进行人脸识别, 提出了一种完备鉴别保局投影

\* Supported by the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2007AA01Z423 (国家高技术研究发展计划(863)); the Defense Basic Research Project of the ‘Eleventh Five-Year-Plan’ of China under Grant No.C10020060355 (国防“十一五”基础研究项目); the Key Project of the Ministry of Education of China under Grant No.02057 (国家教育部科学技术研究重点项目); the Natural Science Foundation Key Project of CQ CSTC of China under Grant Nos.CSTC2005BA2002, CSTC2007AC2018 (重庆市自然科学基金重点项目); the Natural Science Foundation Project of CQ CSTC of China under Grant No.CSTC2008BB2199 (重庆市自然科学基金)

Received 2008-04-21; Revised 2008-08-28; Accepted 2008-10-27; Published online 2009-06-26

(complete discriminant locality preserving projections,简称 CDLPP)人脸识别算法.鉴于 Fisher 鉴别分析和保局投影已经被广泛的应用于人脸识别,完备鉴别保局投影(locality preserving projections,简称 LPP)算法将这两者结合起来,分析了保局类内散布、类间散布和总体散布的主元空间和零空间内包含的鉴别信息.该算法采用奇异值分解(singular value decomposition,简称 SVD),去除了不含任何鉴别信息的保局总体散布的零空间;分别在保局类内散布的主元空间和零空间提取规则鉴别特征和不规则鉴别特征;用串联的方式在特征层融合规则鉴别特征和不规则鉴别特征形成完备的鉴别特征进行人脸识别.在 ORL 库、FERET 子库和 PIE 子库上的大量识别实验充分表明了完备鉴别保局投影算法的性能优于线性鉴别分析、保局投影和鉴别保局投影等现有的子空间人脸识别算法,验证了算法的有效性.

**关键词:** 保局投影;完备鉴别保局投影;奇异值分解;子空间方法;人脸识别

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

人脸识别由于其在公共安全、金融安全及人机交互等方面的应用前景,已成为模式识别、机器视觉和计算机视觉领域的重要研究课题之一<sup>[1-5]</sup>.近年来,基于表观的人脸识别方法,尤其是子空间方法,得到了迅速的发展,其中主成分分析(principle components analysis,简称 PCA)方法<sup>[6]</sup>和线性鉴别分析(linear discriminant analysis,简称 LDA)方法<sup>[7]</sup>在人脸识别中取得了极大的成功.

PCA 方法通过最大化训练样本总体散布(即最小化样本重建误差)来获得样本的最优投影空间.LDA 通过最大化训练样本的类间散布与类内散布的比值,为提取不同个体人脸图像的鉴别特征提供了一种非常有效的方法.然而,当应用于人脸识别时,PCA 方法和 LDA 方法都存在着明显的不足.主要表现在:第一,由于样本总体散布同时包括了样本的类内散布和类间散布,使得以最优重建为目的的 PCA 方法不适合分类问题.第二,LDA 虽然可以有效地提取各类之间的鉴别信息,但在计算过程中需要保证类内散布矩阵可逆;而人脸识别是典型的高维、小样本问题,类内散布矩阵往往是奇异的.为了解决这一问题,Belhumeur 等人提出了 Fisherface 方法(Fisher linear discriminant analysis,简称 FLDA)<sup>[7]</sup>.该方法首先利用 PCA 对样本进行降维,使样本的类内散布矩阵非奇异,然后再利用 LDA 获得鉴别投影空间.Chen 等人提出了零空间线性鉴别分析(null-space linear discriminant analysis,简称 NLDA)方法并证实了类内散布的零空间含有重要的鉴别信息<sup>[8]</sup>.然而,FLDA 仅利用了类内散布矩阵主元空间(或列空间)的鉴别信息,NLDA 则仅利用了零空间的鉴别信息<sup>[2]</sup>.第三,PCA 方法和 LDA 方法都是在假设样服从多元正态分布假设的前提下得出来的.有研究表明,人脸图像并不一定服从正态分布,而很可能位于一个低维的非线性流形上<sup>[9,10]</sup>.在这种情形下,PCA 方法和 LDA 方法将很可能失效.

近年来,保局投影(locality preserving projections,简称 LPP)被应用到模式识别中,并受到了广泛关注<sup>[11-15]</sup>.与 PCA 及 LDA 相比,LPP 在投影时保持了样本的局部信息,将人脸投影到一个反映其本质的流形结构上.研究表明,在人脸识别中,LPP 的性能与 LDA 相当,远优于 PCA<sup>[12]</sup>.但是,LPP 仍是一种无监督的学习方法,在学习过程中未考虑样本的类别信息.Yu 等人在 LPP 的基础上结合 Fisher 准则提出了鉴别保局投影(discriminant locality preserving projections,简称 DLPP)算法,并成功地应用到了人脸识别中<sup>[13]</sup>.Li 等人对每一类样本分别应用保局投影,并将该方法推广到核空间,提出了一种基于类的核保局投影方法(kernel class-wise locality preserving projection,简称 KCLPP)<sup>[15]</sup>.然而,基于 LPP 的算法依然存在以下几点不足:第一,为了提高运算的效率,在进行保局投影之前往往利用 PCA 对样本进行降维,这可能改变样本的流形分布并造成鉴别信息的丢失;第二,DLPP 和 KCLPP 算法仅利用了类内散布矩阵主元空间的鉴别信息而丢失了其零空间的大量鉴别信息;第三,小样本问题在 DLPP 算法中仍然存在.为了解决 DLPP 算法的小样本问题,Yang 等人提出了一种零空间鉴别保局投影算法(null-space locality preserving projectons,简称 NDLPP)<sup>[16]</sup>,并成功地应用于人脸识别中.然而,NDLPP 仅利用了零空间的鉴别信息却丢失了主元空间中的鉴别信息.

在本文中,我们提出了一种完备鉴别保局投影(complete discriminant locality preserving projections,简称 CDLPP)算法.通过分析 DLPP 散布矩阵的主元空间和零空间,CDLPP 首先利用奇异值分解去除了不包含任何鉴别信息的总体散布矩阵的零空间,然后分别在类内散布的主元空间和零空间最大化 Fisher 判别准则函数(或修

改了的 Fisher 判别准则函数),最后将主元空间和零空间得到的投影向量融合起来形成 CDLPP 投影空间. CDLPP 算法完整地提取了类内散布主元空间及其零空间的鉴别信息,同时避免了其他基于 LPP 算法需要先对样本进行 PCA 的缺点.我们在 ORL,FERET 和 PIE 等人脸图像库上进行了大量的实验,结果表明,CDLPP 算法对人脸识别非常有效.

## 1 鉴别保局投影

保局投影的目标是寻找一个转换矩阵  $A$  将高维空间  $\mathbb{R}^n$  中的数据集  $X=\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  映射为低维空间  $\mathbb{R}^l$  ( $l < n$ )中的数据集  $Y=\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ ,即  $y_i = A^T x_i, i=1, \dots, m$ ,使得在  $\mathbb{R}^n$  空间中互为近邻的两点经  $A$  映射后在  $\mathbb{R}^l$  空间仍互为近邻,用公式表示为最小化下面的目标函数:

$$\sum_{i,j} (y_i - y_j) S_{ij} (y_i - y_j)^T \quad (1)$$

其中,  $T$  表示矩阵的转置,  $S=[S_{ij}]$  ( $i, j=1, 2, \dots, m$ ) 为权值矩阵,  $S_{ij}$  的取值为

$$S_{ij} = \begin{cases} \exp(-\|x_i - x_j\|^2 / 2\sigma^2), & \text{若 } x_i \text{ 为 } x_j \text{ 的 } k \text{ 近邻, 或 } x_j \text{ 为 } x_i \text{ 的 } k \text{ 近邻} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\sigma$  为经验参数.

根据文献[13]的推导,最小化公式(1)可以通过求解广义特征值问题得到:

$$XLX^T \mathbf{a} = \lambda XDX^T \mathbf{a} \quad (3)$$

其中,  $D$  为对角权矩阵,其对角元素为  $S$  的行(或列)元素之和;  $L$  为 Laplacian 矩阵,  $L=D-S$ ;  $a$  为  $A$  的列向量.假定  $a_0, a_1, \dots, a_{l-1}$  为公式(3)的特征向量解,对应的特征值为  $\lambda_0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_{l-1}$ ,则最优的转换矩阵为

$$A_{opt} = [a_0, a_1, \dots, a_{l-1}] \quad (4)$$

保局投影得到的线性降维映射为

$$x_i \rightarrow y_i = A_{opt}^T x_i, \quad i=1, \dots, m \quad (5)$$

Yu 等人结合 Fisher 准则和保局投影提出了 DLPP 算法,并成功地应用于人脸识别中<sup>[13]</sup>.DLPP 将样本的类别信息加入到了目标函数中,其目标函数为

$$J = \frac{\sum_{i,j=1}^C (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j) B_{ij} (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j)^T}{\sum_{c=1}^C \sum_{i,j=1}^{m_c} (y_i^c - y_j^c) W_{ij}^c (y_i^c - y_j^c)^T} \quad (6)$$

其中,  $C$  表示类别数,  $m_c$  表示第  $c$  类的样本数,总训练样本数  $m = \sum_{i=1}^C m_i$ ,  $y_i^c$  表示低维空间中第  $c$  类的第  $i$  个样本;  $\mathbf{m}_i = (1/m_i) \sum_{k=1}^{m_i} \mathbf{x}_k^i$  表示低维空间中第  $i$  类的样本均值;  $B_{ij}$  和  $W_{ij}^c$  分别表示  $\mathbf{m}_i$  与  $\mathbf{m}_j$  及  $y_i^c$  与  $y_j^c$  之间的权值,权值大小由公式(2)得到.若假设  $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times l}$  为高维数据  $x$  到低维数据  $y$  的映射,则目标函数(6)可化简为

$$J(\Phi) = \frac{\Phi^T FHF^T \Phi}{\Phi^T XLX^T \Phi} \quad (7)$$

其中,  $F=[f_1, f_2, \dots, f_C]$ ,  $f_i = (1/m_i) \sum_{k=1}^{m_i} \mathbf{x}_k^i$  为输入空间第  $i$  类样本的均值;  $H$  和  $L$  为 Laplacian 矩阵;  $H=E-B$ ,  $B=[B_{ij}]$

$$(i, j=1, 2, \dots, C), E \text{ 为对角阵, 其对角元素 } E_{ii} = \sum_j B_{ij}; L=D-W, D=\begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & D_C \end{bmatrix}, W=\begin{bmatrix} W_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & W_C \end{bmatrix}, W_c=[W_{ij}^c]$$

( $i, j=1, 2, \dots, m_c; c=1, 2, \dots, C$ ),  $D_c$  ( $c=1, 2, \dots, C$ ) 为对角阵, 对角元素  $D_{ii}^c = \sum_j W_{ij}^c$ .

DLPP 通过最大化公式(7)来获得最优投影矩阵,等价于求解以下广义特征值问题:

$$(FHF^T)\Phi = \Lambda(XLX^T)\Phi \quad (8)$$

其中,  $\Lambda$  为特征值矩阵.求解公式(8)要求  $(XLX^T)$  可逆,但在人脸识别中  $(XLX^T)$  往往是不可逆的,因此, Yu 等人在进

行 DLPP 之前先利用 PCA 对样本进行了降维处理.

## 2 完备鉴别保局投影

在介绍完备鉴别保局投影算法之前,我们先给出如下的定义和定理:

**定义 1.** 称  $\tilde{S}_w = XLX^T$  为保局类内散布,  $\tilde{S}_b = FHF^T$  为保局类间散布,  $\tilde{S}_t = \tilde{S}_w + \tilde{S}_b$  为保局总体散布.

**定理 1.** 实对称矩阵  $M \in \mathbb{R}^{s \times s}$ , 若其主对角元素  $M_{ii} \geq 0 (i=1,2,\dots,s)$ , 则  $M$  正交相似于非负对角矩阵.

证明: 由实对称矩阵的性质得知,  $M$  正交相似于对角矩阵, 即  $M = PAP^T$ , 其中,  $P = [P_{ij}] (i,j=1,2,\dots,s)$  为实正交矩阵,  $A = diag(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s)$  为实对角矩阵,  $\lambda_i (i=1,2,\dots,s)$  为  $M$  的特征值. 根据矩阵乘法运算可知,  $M_{ii} = \lambda_i P_{ii}^2 (i=1,2,\dots,s)$ ; 由于  $P_{ii} (i=1,2,\dots,s)$  均为实数且  $P_{ii} \geq 0 (i=1,2,\dots,s)$ , 所以有  $\lambda_i \geq 0 (i=1,2,\dots,s)$ , 即  $A$  为非负对角阵. 也就是说,  $M$  正交相似于非负对角矩阵  $A$ .

**定理 2.**  $\tilde{S}_w, \tilde{S}_b, \tilde{S}_t$  均为实对称半正定矩阵.

证明: 由第 1 节的分析不难看出, Laplacian 矩阵  $L$  为实对称矩阵, 且其主对角元素均大于等于 0, 那么  $L = P_t A_t P_t^T$ , 其中  $P_t$  为实正交矩阵,  $A_t = diag(\lambda_1^t, \lambda_2^t, \dots, \lambda_m^t) (m$  为训练样本数) 为非负对角矩阵; 若假设实对称矩阵  $\tilde{A}_t = diag(\sqrt{\lambda_1^t}, \sqrt{\lambda_2^t}, \dots, \sqrt{\lambda_m^t})$ , 则  $L = P_t \tilde{A}_t \tilde{A}_t^T P_t^T = (P_t \tilde{A}_t)(P_t \tilde{A}_t)^T$ . 因此有

$$\tilde{S}_w = XLX^T = (XP_t \tilde{A}_t)(XP_t \tilde{A}_t)^T \quad (9)$$

根据定义 1 易知  $\tilde{S}_w$  为实对称矩阵, 因此  $\tilde{S}_w$  为实对称半正定矩阵. 同理可证  $\tilde{S}_b$  也是实对称半正定矩阵. 下面证明  $\tilde{S}_t$  也是实对称半正定矩阵. 由于  $\tilde{S}_w$  和  $\tilde{S}_b$  均为实对称半正定矩阵, 那么  $\tilde{S}_t$  也是实对称矩阵且  $\tilde{S}_w$  和  $\tilde{S}_b$  可分别分解为:  $\tilde{S}_w = H_w^T H_w$ ,  $\tilde{S}_b = H_b^T H_b$ , 其中  $H_w$  和  $H_b$  都是实矩阵; 根据公式(9)可取  $H_w = (XP_t \tilde{A}_t)^T$ ; 类似地, 可取  $H_b = (FP_h \tilde{A}_h)^T$ , 其中  $P_h$  为实正交矩阵,  $\tilde{A}_h = diag(\sqrt{\lambda_1^h}, \sqrt{\lambda_2^h}, \dots, \sqrt{\lambda_C^h})$ ,  $\lambda_1^h, \lambda_2^h, \dots, \lambda_C^h$  为 Laplacian 矩阵  $H$  的特征值,  $C$  为训练样本类别数. 若令  $H_t = [H_w \quad H_b]$ , 则有

$$\tilde{S}_t = \tilde{S}_w + \tilde{S}_b = H_w^T H_w + H_b^T H_b = \begin{bmatrix} H_w^T \\ H_b^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_w & H_b \end{bmatrix} = H_t^T H_t \quad (10)$$

因此,  $\tilde{S}_t$  也是实对称半正定矩阵, 定理 2 得证.

### 2.1 去除鉴别无关信息

根据定义 1, 最大化公式(7)等价于最大化:

$$J(\Phi) = \frac{\Phi^T \tilde{S}_b \Phi}{\Phi^T \tilde{S}_w \Phi}, \quad \Phi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n], \quad \varphi_i \neq 0 \quad (11)$$

由于  $\tilde{S}_w, \tilde{S}_b, \tilde{S}_t$  均为  $n \times n$  的实对称半正定矩阵, 那么, 对于每个非零向量  $\varphi_i (i=1,2,\dots,n)$ , 总是有  $\varphi_i^T \tilde{S}_w \varphi_i \geq 0$ ,  $\varphi_i^T \tilde{S}_b \varphi_i \geq 0$ ,  $\varphi_i^T \tilde{S}_t \varphi_i \geq 0$ . 从文献[17]的分析可知, 当且仅当  $\varphi_i^T \tilde{S}_w \varphi_i = 0, \varphi_i^T \tilde{S}_b \varphi_i = 0$  时才有  $\varphi_i^T \tilde{S}_t \varphi_i = 0$ , 说明  $\tilde{S}_t$  的零空间不包含任何鉴别信息. 因此在 CDLPP 算法中, 我们首先利用奇异值分解方法将  $\tilde{S}_w, \tilde{S}_b$  向  $\tilde{S}_t$  的主元空间进行投影, 去除与鉴别无关的信息. 由定理 2 可知,  $\tilde{S}_t$  可分解为  $\tilde{S}_t = H_t^T H_t$  ( $H_t \in \mathbb{R}^{(m+C) \times n}$ ,  $n$  为样本维数). 假设  $rank(H_t) = k (k < n)$ , 根据奇异值分解定理<sup>[18]</sup>有,

$$H_t = U \Lambda_t V^T \quad (12)$$

其中,  $\Lambda_t$  是  $H_t$  的奇异值矩阵,  $U_{(m+C) \times (m+C)} = [u_1, u_2, \dots, u_k, u_{k+1}, \dots, u_{m+C}]$ ,  $V_{n \times n} = [v_1, v_2, \dots, v_k, v_{k+1}, \dots, v_n]$  分别为  $(m+C)$  阶和  $n$  阶酉矩阵;  $v_i (i=1,2,\dots,k)$  为  $\tilde{S}_t$  的  $k$  个非零特征值对应的特征向量. 若令  $Q_t = [v_1, v_2, \dots, v_k]$ , 则  $\tilde{S}_w, \tilde{S}_b$  在  $\tilde{S}_t$  的主元空间的投影为

$$\tilde{S}_w = Q_t^T \tilde{S}_w Q_t, \quad \tilde{S}_b = Q_t^T \tilde{S}_b Q_t \quad (13)$$

最大化公式(11)等价于在  $\tilde{S}_t$  的主元空间最大化:

$$J(\mathbf{I}) = \frac{\mathbf{I}^T \tilde{\mathbf{S}}_b \mathbf{I}}{\mathbf{I}^T \tilde{\mathbf{S}}_w \mathbf{I}} \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{I} = [\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dots, \boldsymbol{\eta}_k]$ ,  $\boldsymbol{\eta}_i = \mathbf{Q}_i^T \boldsymbol{\varphi}_i$ .

## 2.2 两种鉴别特征的提取

由 Fisher 准则<sup>[17,19,20]</sup>可知, 鉴别信息完全包含在  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  的主元空间和零空间中. 因此, CDLPP 算法在  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  的主元空间和零空间中分别提取鉴别特征. 我们称  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  主元空间中的鉴别特征为规则鉴别特征,  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  零空间中的鉴别特征为不规则鉴别特征. CDLPP 算法同时提取  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  主元空间和零空间中的鉴别特征, 形成了完备的人脸鉴别特征.

设  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{S}}_w) = q$ , 因为  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  是实对称矩阵, 所以根据奇异值分解定理,  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  可以分解为

$$\tilde{\mathbf{S}}_w = \mathbf{U}_w \mathbf{D}_w \mathbf{U}_w^T \quad (15)$$

其中,  $\mathbf{U}_w = [\mathbf{u}_1^w, \mathbf{u}_2^w, \dots, \mathbf{u}_q^w, \mathbf{u}_{q+1}^w, \dots, \mathbf{u}_k^w]$ ,  $\mathbf{D}_w = \text{diag}(\lambda_1^w, \lambda_2^w, \dots, \lambda_q^w, 0, \dots, 0)$ ,  $\lambda_i^w (i=1, \dots, q)$  为  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  的非零特征值. 那么,  $\mathbf{Q}_w = [\mathbf{u}_1^w, \mathbf{u}_2^w, \dots, \mathbf{u}_q^w]$  张成的子空间即为  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  的主元空间,  $\mathbf{P}_w = [\mathbf{u}_{q+1}^w, \dots, \mathbf{u}_k^w]$  张成的子空间即为  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  的零空间<sup>[8]</sup>.

在  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  的主元空间中,  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  和  $\tilde{\mathbf{S}}_b$  的投影为

$$\hat{\mathbf{S}}_w = \mathbf{Q}_w^T \tilde{\mathbf{S}}_w \mathbf{Q}_w, \quad \hat{\mathbf{S}}_b = \mathbf{Q}_w^T \tilde{\mathbf{S}}_b \mathbf{Q}_w \quad (16)$$

最大化公式(14)等价于最大化:

$$J(\mathbf{T}) = \frac{\mathbf{T}^T \hat{\mathbf{S}}_b \mathbf{T}}{\mathbf{T}^T \hat{\mathbf{S}}_w \mathbf{T}} \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{T} = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_q]$ ,  $\tau_i = \mathbf{Q}_w^T \boldsymbol{\eta}_i$ . 由于  $\hat{\mathbf{S}}_w$  可逆, 则使公式(17)最大化的最优投影矩阵  $\mathbf{T}_{opt}$  可通过求解广义特征值问题公式(18)并取前  $l$  个最大特征值对应的特征向量得到.

$$\hat{\mathbf{S}}_b \tau = \lambda \hat{\mathbf{S}}_w \tau \quad (18)$$

假设  $\mathbf{T}_{opt} = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_l]$ , 则规则鉴别特征为

$$\mathbf{z}_i^r = \mathbf{T}_{opt}^T \mathbf{Q}_w^T \mathbf{Q}_i^T \mathbf{x}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (19)$$

在  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  的零空间中,  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  和  $\tilde{\mathbf{S}}_b$  的投影为

$$\hat{\mathbf{S}}_w = \mathbf{P}_w^T \tilde{\mathbf{S}}_w \mathbf{P}_w = \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{S}}_b = \mathbf{P}_w^T \tilde{\mathbf{S}}_b \mathbf{P}_w \quad (20)$$

在这种情况下, 由于公式(17)的分母恒为 0, 参照文献[8], 我们将 Fisher 准则修改为最大化:

$$J(\mathbf{Q}) = \mathbf{Q}^T \hat{\mathbf{S}}_b \mathbf{Q} \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{Q} = [\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2, \dots, \boldsymbol{\omega}_{k-q}]$ ,  $\boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{P}_w^T \boldsymbol{\eta}_i$ . 容易证明, 在  $\tilde{\mathbf{S}}_w$  的零空间中  $\hat{\mathbf{S}}_b$  正定, 因此, 使公式(21)最大化的最优投影矩阵  $\mathbf{Q}_{opt} = [\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2, \dots, \boldsymbol{\omega}_l]$  的列向量  $\boldsymbol{\omega}_i (i=1, \dots, l)$  为  $\hat{\mathbf{S}}_b$  的前  $l$  个最大特征值 ( $\lambda_i > 0$ ) 对应的特征向量. 与公式(19)类似, 可得到不规则鉴别特征:

$$\mathbf{z}_i^{ir} = \mathbf{Q}_{opt}^T \mathbf{P}_w^T \mathbf{Q}_i^T \mathbf{x}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (22)$$

## 2.3 鉴别特征融合与识别

对任意一个给定的样本, CDLPP 算法都可以得到两个  $l$  维的鉴别特征. 这里, 我们直接进行特征层的融合, 将两个特征串联起来形成维度为  $2l$  的鉴别特征, 即

$$\mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_i^r \\ \mathbf{z}_i^{ir} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (23)$$

然后, 利用最近邻分类器(nearest neighbor classifier, 简称 NNC)对样本进行分类.

## 2.4 完备鉴别保局投影算法

综合前面的分析,下面给出 CDLPP 算法.

### CDLPP 算法.

第 1 步:根据公式(2)、公式(6)、公式(7)构造 Laplacian 矩阵  $L$  和  $H$ ;

第 2 步:分别对  $L$  和  $H$  进行奇异值分解,  $L = P_l \Lambda_l P_l^T$ ,  $H = P_h \Lambda_h P_h^T$ ;

第 3 步:构造矩阵  $H_w = (XP_l \tilde{\Lambda}_l)^T$ ,  $H_b = (FP_h \tilde{\Lambda}_h)^T$ ,  $H_t = [H_w \quad H_b]$ ;

第 4 步:按照公式(12)对  $H_t$  进行奇异值分解,然后利用公式(13)将  $\tilde{S}_w$  和  $\tilde{S}_b$  分别投影到  $\tilde{S}_t$  的主元空间上,消除与鉴别无关的信息;

第 5 步:按照公式(15)计算  $\tilde{S}_w$  的正交特征向量,形成  $\tilde{S}_w$  的主元空间  $Q_w = [\mathbf{u}_1^w, \mathbf{u}_2^w, \dots, \mathbf{u}_q^w]$  和零空间  $P_w = [\mathbf{u}_{q+1}^w, \dots, \mathbf{u}_k^w]$ ;

第 6 步:利用公式(16)~公式(19)计算样本的规则鉴别特征  $z_i^r$  ( $i=1, \dots, m$ );利用公式(20)~公式(22)计算样本的不规则鉴别特征  $z_i^{ir}$  ( $i=1, \dots, m$ ).

第 7 步:根据公式(23)融合规则鉴别特征  $z_i^r$  和不规则鉴别特征  $z_i^{ir}$  获得完备鉴别特征  $z_i$  ( $i=1, \dots, m$ ).

## 3 实验与分析

为了验证本文提出的 CDLPP 算法在人脸识别中的有效性,我们在 ORL,FERET 和 PIE 等人脸图像库上进行了充分的实验,比较了 CDLPP 算法与 FLDA<sup>[7]</sup>,LPP<sup>[12]</sup>,DLPP<sup>[13]</sup>等算法的分类识别性能.

### 3.1 人脸图像库及图像预处理

ORL 人脸图像库由 40 名志愿者的 400 幅图像组成.每名志愿者均在姿态、表情和面部饰物等变化的条件下采集了 10 幅大小为  $92 \times 112$  像素的图像.FERET 人脸图像库是公认的识别算法测试的标准人脸图像库,由取自 1 199 个人的 14 000 多幅不同姿态、不同表情、不同光照和不同时期的大小为  $256 \times 384$  像素的图像组成.我们从中选择了 229 人的 1 131 幅正面人脸图像(每人至少 4 幅图像)构成一个 FERET 子库进行实验.PIE 人脸图像库由 68 人的 41 368 幅不同姿态、不同光照、不同表情的图像组成<sup>[21]</sup>.在本文中,我们选择了仅包括光照变化的 68 人的正面人脸,共计 1 425 幅图像.

在实验中,3 个人脸图像库的所有图像均根据眼睛坐标进行旋转、剪切、缩放到大小为  $32 \times 32$  像素的图像,未作任何其他处理.图 1 显示了预处理后各人脸图像库的图像示例.

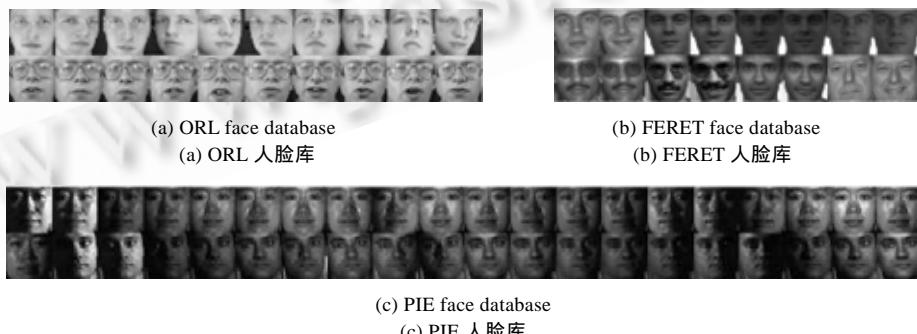


Fig.1 Preprocessed face images

图 1 预处理后的图像示例

### 3.2 保局参数选择

文献[15]的研究表明,保局投影的经验参数  $\sigma$  以及近邻数  $k$  对 LPP 的识别精度有显著的影响.这里,我们利用

交叉验证的方法对 CDLPP 算法进行保局参数的选择.我们在 ORL 库中随机选择 2 幅图像作为训练样本,其余所有图像作为测试样本,进行了 20 次重复实验.表 1 给出了在  $\sigma$  与  $k$  的不同取值情况下,CDLPP 算法的识别性能.可以看出, $\sigma$  与  $k$  的取值对 CDLPP 的识别性能影响并不显著.在后续的实验中取  $\sigma=10^3, k=3$ .

**Table 1** Recognition accuracies of CDLPP under different  $\sigma$  and  $k$  on ORL face database (%)

**表 1 不同 $\sigma$ 和 $k$ 取值时,CDLPP 算法在 ORL 人脸图像库上的识别精度 (%)**

	$\sigma=10^2$	$\sigma=10^3$	$\sigma=10^4$	$\sigma=10^5$	$\sigma=10^6$	$\sigma=10^7$	$\sigma=10^8$
$k=1$	81.9 $\pm$ 2.79	80.5 $\pm$ 2.89	82.3 $\pm$ 2.96	82.3 $\pm$ 2.82	81.1 $\pm$ 2.76	81.8 $\pm$ 2.72	81.7 $\pm$ 2.46
$k=2$	81.8 $\pm$ 3.47	81.8 $\pm$ 3.09	81.9 $\pm$ 2.13	81.7 $\pm$ 2.83	82.3 $\pm$ 2.06	81.2 $\pm$ 3.01	81.2 $\pm$ 2.46
$k=3$	80.7 $\pm$ 2.60	<b>82.9<math>\pm</math>2.19</b>	80.4 $\pm$ 3.22	81.1 $\pm$ 3.33	81.5 $\pm$ 2.51	81.3 $\pm$ 3.12	81.1 $\pm$ 2.66
$k=4$	81.5 $\pm$ 1.91	82.3 $\pm$ 2.87	81.4 $\pm$ 2.27	82.0 $\pm$ 2.92	81.0 $\pm$ 2.02	80.9 $\pm$ 2.59	81.9 $\pm$ 3.02
$k=5$	82.5 $\pm$ 2.01	82.3 $\pm$ 3.38	81.1 $\pm$ 3.65	82.1 $\pm$ 3.06	81.5 $\pm$ 2.38	81.4 $\pm$ 2.04	80.9 $\pm$ 2.89

### 3.3 识别实验与分析

#### 3.3.1 CDLPP 算法识别精度与特征维度的关系

研究<sup>[22]</sup>表明,鉴别分析的识别精度与特征维度有密切的关系.本实验的目的是考察 CDLPP 算法识别精度随特征维度的变化关系.我们分别在 ORL 库、FERET 子库和 PIE 子库上进行了实验.在每个库上实验时,随机选择 2 幅图像作为训练样本,该库的其他所有图像作为测试样本,进行 20 次重复实验.

图 2 显示了训练样本数为 2 时,CDLPP 算法的识别精度随特征维度的变化情况.从总体上看,随着特征维度的增加,CDLPP 算法的识别精度逐渐提高.但是图 2(a)和图 2(b)显示,识别精度并不是随特征维度的增加而一直上升的,这是因为 CDLPP 算法仅对获得的规则鉴别特征和不规则鉴别特征进行了简单的特征层融合而造成的.如何获得更有效的融合鉴别特征,仍是一个值得研究的问题.

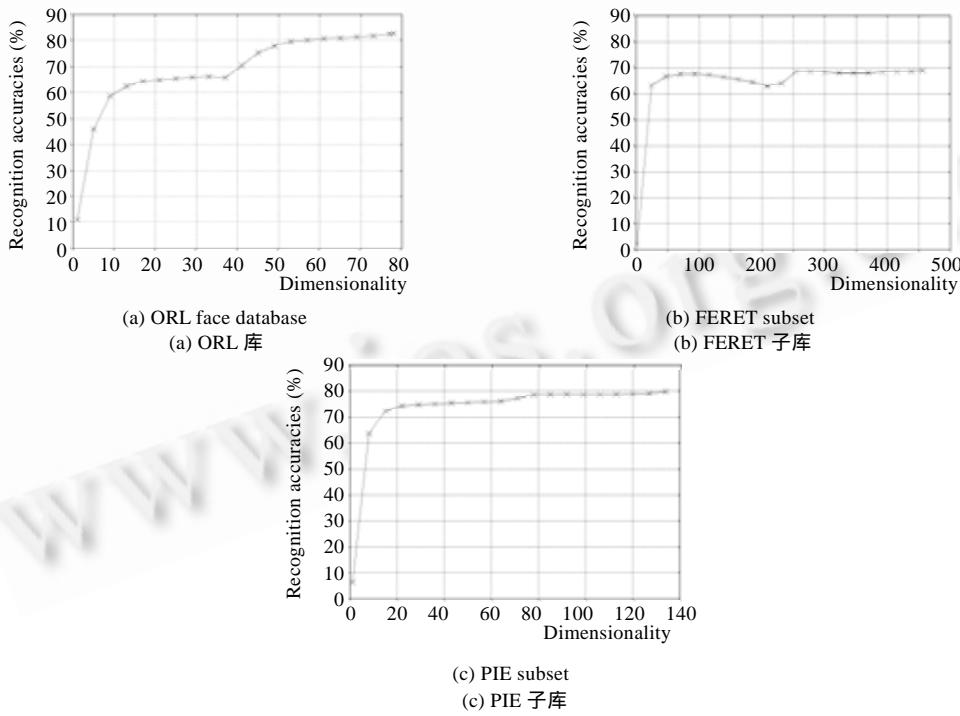


Fig.2 Variation of recognition accuracies of CDLPP along with dimensionality

图 2 CDLPP 算法识别精度随特征维度的变化情况

#### 3.3.2 人脸识别性能比较

在这一节中,我们分别在 ORL 库、FERET 子库以及 PIE 子库上对比了本文提出的 CDLPP 算法与 LPP,

FLDA,DLPP 等算法的识别性能.在每个库上进行实验时,首先按照第 3.1 节的方法对图像进行预处理,然后利用各种特征提取方法提取特征,最后利用最近邻分类器完成分类识别,每组实验均重复进行了 20 次.表 2~表 4 分别给出了各种特征提取方法在 ORL 库、FERET 子库及 PIE 子库上的识别精度(括号中数值为特征维度).

**Table 2** Comparison of recognition accuracies on ORL face database

表 2 ORL 人脸图像库上的识别精度比较

Size	LPP+NNC (%)	FLDA+NNC (%)	DLPP+NNC (%)	CDLPP+NNC (%)
2	72.6±3.41 (79)	64.9±2.33 (23)	66.3±2.92 (31)	<b>82.5±2.06 (78)</b>
3	79.6±2.40 (119)	83.6±3.07 (31)	82.6±2.79 (39)	<b>91.0±2.30 (78)</b>
4	81.6±2.86 (159)	91.3±2.36 (39)	90.2±2.05 (35)	<b>94.2±1.50 (78)</b>
5	82.8±2.60 (199)	94.1±2.04 (31)	93.6±1.40 (39)	<b>96.7±1.42 (77)</b>
6	83.9±3.42 (229)	95.8±1.68 (33)	96.2±1.51 (39)	<b>97.6±1.31 (78)</b>
7	85.4±2.84 (183)	96.8±1.33 (39)	96.9±1.82 (39)	<b>98.0±1.19 (77)</b>
8	88.4±3.97 (225)	97.9±1.22 (37)	97.9±1.09 (35)	<b>98.8±1.31 (78)</b>

**Table 3** Comparison of recognition accuracies on FERET subset

表 3 FERET 子库上的识别精度比较

Size	LPP+NNC (%)	FLDA+NNC (%)	DLPP+NNC (%)	CDLPP+NNC (%)
2	52.8±1.83 (457)	67.9±1.94 (78)	67.6±1.33 (78)	<b>68.8±1.47 (456)</b>
3	49.7±2.18 (647)	78.8±1.82 (122)	79.1±2.42 (144)	<b>81.7±1.99 (254)</b>
4	28.5±2.73 (875)	78.1±2.42 (155)	77.3±3.51 (199)	<b>81.2±1.80 (277)</b>

**Table 4** Comparison of recognition accuracies on PIE subset

表 4 PIE 子库上的识别精度比较

Size	LPP+NNC (%)	FLDA+NNC (%)	DLPP+NNC (%)	CDLPP+NNC (%)
2	<b>85.5±1.46 (127)</b>	76.3±1.60 (58)	75.0±2.03 (58)	79.8±1.46 (134)
6	95.5±1.25 (381)	95.9±1.49 (58)	96.5±1.04 (58)	<b>96.6±1.23 (134)</b>
10	75.8±1.86 (613)	99.2±0.33 (58)	99.2±0.59 (55)	<b>99.4±0.42 (134)</b>
14	50.1±2.34 (913)	<b>99.3±0.46 (58)</b>	98.9±0.47 (58)	99.2±0.36 (134)

从表 2~表 4 可以看出,本文提出的 CDLPP 算法在 ORL,FERET,PIE 库上都取得了非常好的识别效果.在 ORL 库上,CDLPP 算法的识别精度平均比 DLPP 算法高 5.0%,比 FLDA 算法高 4.9%,比 LPP 算法高 12.1%;在 FERET 子库上,CDLPP 算法的识别精度平均比 DLPP 算法高 2.6%,比 FLDA 算法高 2.3%,比 LPP 算法高 33.6%;在 PIE 子库上,CDLPP 算法的识别精度平均比 DLPP 算法高 1.4%,比 FLDA 算法高 1.1%;比 LPP 算法高 17.0%.随着训练样本数的增加,FLDA,DLPP 和 CDLPP 算法的识别精度都相应提高.LPP 算法的识别精度在总训练样本较少的情况下会随着训练样本的增加而提高;但当训练样本数较多时,LPP 算法的识别精度反而会急剧下降.这可能是由于以下两个原因造成的:第一,训练样本数较多时,LPP 算法得到的特征维度较高,其中包含了更多的噪声信息使识别精度下降;第二,保局投影参数  $\sigma$  和  $k$  选择不当.

从表 2、表 3 可以看出:多数情况下,有监督学习方法(FLDA 和 DLPP)的识别精度远高于无监督学习方法(LPP);与 LPP,FLDA,DLPP 相比,本文提出的 CDLPP 算法的识别性能最好.从表 2、表 4 可以看出,随着训练样本数的增加,CDLPP 算法和 FLDA 算法、DLPP 算法的识别精度差异越来越小.这是因为随着样本数的增加,保局类内散布的零空间中包含的鉴别信息越来越少.我们对照表 2 和表 3 发现,LPP,FLDA,DLPP 等现有的子空间特征提取方法以及本文提出的 CDLPP 算法在小规模的人脸数据库上可以获得较好的识别结果,但对于大规模数据库,这些方法的识别性能还有待进一步提高.

#### 4 结论与后续研究工作

本文分析了鉴别保局投影类内散布的主元空间和零空间,提出了一种完备鉴别保局投影算法.该算法首先采用奇异值分解去除了不包含任何鉴别信息的保局总体散布的零空间;然后分别在保局类内散布的主元空间和零空间内提取规则鉴别信息与不规则鉴别信息;最后通过特征层融合的方法,融合规则鉴别信息与不规则鉴别信息获得鉴别特征.本算法与 DLPP 算法相比,同时提取了保局类内散布的主元空间和零空间内的鉴别信息,

使各子空间内的鉴别信息得到了充分的利用;与 FLDA 算法相比,不需要先利用 PCA 降维来保证类内散布可逆,有效地保持了同一类样本的局部位置关系以及各类之间的局部位置关系.在 ORL 库、FERET 子库以及 PIE 子库上的大量实验表明,CDLPP 算法是一种非常有效的人脸识别算法.

本文中,我们直接将 CDLPP 算法得到的特征拼接起来,形成了融合后的特征向量,并未考虑规则鉴别特征和不规则鉴别特征在融合后的特征中所占的权重.进一步的工作将集中在寻找一种更有效的规则鉴别信息与不规则鉴别信息的特征融合方法的研究上,并探索如何将子空间方法应用到大规模数据库上进行有效的人脸识别.

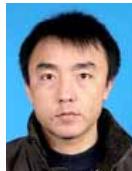
## References:

- [1] Zhao W, Chellappa R, Phillips PJ, Rosenfeld A. Face recognition: A literature survey. *ACM Computing Surveys*, 2003,35(4):399–458.
- [2] Jiang XD, Mandal B, Kot A. Eigenfeature regularization and extraction in face recognition. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2008,30(3):383–394.
- [3] Zhang WC, Shan SG, Zhang HM, Chen J, Chen XL, Gao W. Histogram sequence of local Gabor binary pattern for face description and identification. *Journal of Software*, 2006,17(12):2508–2517 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/2508.htm>
- [4] Zhou DL, Gao W, Zhao DB. Face recognition based on singular value decomposition and discriminant KL projection. *Journal of Software*, 2003,14(4):783–789 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/783.htm>
- [5] Liang YX, Gong WG, Pan YJ, Li WH, Liu JM, Zhang HM. Singular value decomposition-based approach for face recognition. *Optics and Precision Engineering*, 2004,12(5):543–549 (in Chinese with English abstract).
- [6] Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 1991,3:71–86.
- [7] Belhumeur P, Hespanda J, Kiregeman D. Eigenfaces vs. fisherfaces: Recognition using class specific linear projection. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997,19(7):711–720.
- [8] Chen LF, Liao HY, Ko MT, Lin JC, Yu GJ. A new LDA-based face recognition system which can solve the small sample size problem. *Pattern Recognition*, 2000,33(10):1713–1726.
- [9] Tenenbaum JB, Silva J. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction. *Science*, 2000,290:2319–2323.
- [10] Roweis ST, Saul LK. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding. *Science*, 2000,290:2323–2326.
- [11] Belkin M, Niyogi P. Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation. *Neural Computation*, 2003,15(6):1373–1396.
- [12] He XF, Yan S, Hu Y, Niyogi P, Zhang HJ. Face recognition using Laplacianfaces. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005,27(3):328–340.
- [13] Yu WW, Teng XL, Liu CQ. Face recognition using discriminant locality preserving projections. *Image and Vision Computing*, 2006,24:239–248.
- [14] Lu K, Zhao JD, Wu Y, He XF. Relevance feedbacks algorithm based on locality preserving projections. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2007,19(1):20–24 (in Chinese with English abstract).
- [15] Li JB, Pan JS, Chu SC. Kernel class-wise locality preserving projection. *Information Sciences*, 2008,178:1825–1835.
- [16] Yang LP, Gong WG, Gu XH, Li WH, Liang YX. Null space discriminant locality preserving projections for face recognition. *Neurocomputing*, 2008,71:3644–3649.
- [17] Yang J, Frangi AF, Yang JY, Zhang D, Jin Z. KPCA plus LDA: A complete kernel Fisher discriminant framework for feature extraction and recognition. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005,27(2):230–244.
- [18] Su YC, Jiang CB, Zhang YH. *Theory of Matrix*. Beijing: Science Press, 2006 (in Chinese).
- [19] Liang YX, Li CR, Gong WG, Pan YJ. Uncorrelated linear discriminant analysis based on weighted pairwise Fisher criterion. *Pattern Recognition*, 2007,40(12):3606–3615.
- [20] Liang YX, Gong WG, Pan YJ, Li WH. Generalizing relevance weighted LDA. *Pattern Recognition*, 2005,38(11):2217–2219.
- [21] Sim T, Baker S, Bsat M. The CMU pose, illumination, and expression database. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003,25(12):1615–1618.

- [22] Liang YX. Research on subspace analysis-based feature extraction and face recognition [Ph.D. Thesis]. Chongqing: Chongqing University, 2005 (in Chinese with English abstract).

#### 附中文参考文献:

- [3] 张文超,山世光,张洪明,陈杰,陈熙霖,高文.基于局部 Gabor 变化直方图序列的人脸描述与识别.软件学报,2006,17(12): 2508–2517. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/2508.htm>
- [4] 周德龙,高文,赵德斌.基于奇异值分解和判别式 KL 投影的人脸识别.软件学报,2003,14(4):783–789. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/783.htm>
- [5] 梁毅雄,龚卫国,潘英俊,李伟红,刘嘉敏,张红梅.基于奇异值分解的人脸识别方法.光学精密工程,2004,12(5):543–549.
- [14] 鲁珂,赵继东,吴跃,何晓飞.基于保局投影的相关反馈算法.计算机辅助设计与图形学学报,2007,19(1):20–24.
- [18] 苏育才,姜翠波,张跃辉.矩阵理论.北京:科学出版社,2006.
- [22] 梁毅雄.基于子空间分析的人脸特征提取及识别研究[博士学位论文].重庆:重庆大学,2005.



杨利平(1981 - ),男,内蒙古鄂尔多斯人,博士,讲师,主要研究领域为图像处理,模式识别.



李伟红(1962 - ),女,博士,副教授,主要研究领域为模式识别,图像处理.



龚卫国(1957 - ),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为图像处理,模式识别,智能化信息技术及系统.



杜兴(1983 - ),男,博士生,主要研究领域为计算机视觉.



辜小花(1982 - ),女,博士生,主要研究领域为模式识别,图像处理.