

基于物理的人体空中运动仿真^{*}

魏毅^{1,2+}, 夏时洪¹, 王兆其¹

¹(中国科学院 计算技术研究所 智能信息处理重点实验室,北京 100190)

²(中国科学院 研究生院,北京 100049)

Physics-Based Simulation of Human Motion in Flight

WEI Yi^{1,2+}, XIA Shi-Hong¹, WANG Zhao-Qi¹

¹(Key Laboratory of Intelligent Information Processing, Institute of Computing Technology, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

²(Graduate University, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

+ Corresponding author: E-mail: wyi@ict.ac.cn

Wei Y, Xia SH, Wang ZQ. Physics-Based simulation of human motion in flight. *Journal of Software*, 2008,19(12):3228–3236. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/19/3228.htm>

Abstract: According to the given keyframes and associated timing, how to simulate the human motion that conforms to Newton's law by optimization is an important problem. The convergence property of current optimization models where the constraint of Newton's law is regarded as the direct constraint condition is not satisfactory in practice. There are 2 reasons for that. The first is that the nonlinearity of Newton's law is strong. The second is that the current optimization methods can only find local minimizers. By converting the constraint of Newton's law into the objective function and adding the optimization of given timing, the convergence property of which is better than that of the current optimization models and is independent of the type of simulated motion, the error of mass parameters of human body and the error of the given timing. The simulated human motion can conform to Newton's law as much as possible. The efficacy of the new model is validated by simulating seven types of somersaults on the trampoline. Furthermore, this model has been applied to the analysis of forces acting on human body and the design of new motions in sports.

Key words: interpolation between keyframes; quaternion; spacetime constraint; nonlinear constrained optimization

摘要: 根据给定的处于关键时刻的人体关键姿态,运用优化方法生成满足牛顿力学的人体运动是人体运动仿真研究的重要问题。由于牛顿力学的强非线性和数值优化方法只能找到局部最优解,将牛顿力学约束直接作为约束条件的优化模型在实践中的收敛性不好。通过将牛顿力学约束转化为目标函数,同时增加对关键时刻的优化,提高了模型的收敛性,使其不依赖于被仿真运动的类型、人体质量参数和关键时刻准确程度等因素。仿真出来的人体运动尽

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.60533070, 60603082 (国家自然科学基金); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant Nos.2006AA01Z336, 2007AA01Z320 (国家高技术研究发展计划(863)); the National Basic Research Program of China under Grant No.2002CB312104 (国家重点基础研究发展计划(973))

Received 2007-03-17; Accepted 2007-08-24

可能地满足了牛顿力学,通过仿真 7 类复杂的蹦床运动验证了新模型的有效性,同时还将该模型用于人体受力分析和体育运动的新动作设计.

关键词: 关键帧插值;四元数;时空约束;非线性约束优化

中图法分类号: TP391 **文献标识码:** A

人体运动仿真研究如何根据输入的运动数据生成满足牛顿力学的人体运动.时空约束方法是其中一类重要的方法^[1].如图 1 所示,它利用优化模型求解满足牛顿力学和关键姿态约束的人体运动.现有优化模型的共同点是将牛顿力学约束直接作为约束条件.理论上这可使仿真出的运动满足牛顿力学.但实际计算中,由于牛顿力学的强非线性、人体质量参数和关键帧时刻的误差以及数值优化方法只能找到局部最优解的原因,使得牛顿力学约束常常难以满足,从而导致优化失败.解决这个问题的一个可能方法是将牛顿力学约束进行必要的松弛.本文通过理论分析和数值实验表明,牛顿力学约束的合理松弛量与被仿真运动的类型、人体质量参数密切相关,对于不同的运动类型合理松弛量可以相差一个数量级.

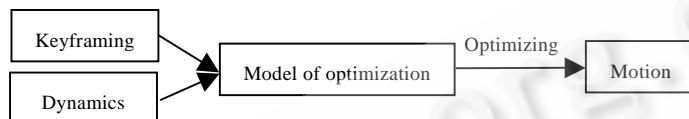


Fig.1 Framework of spacetime constraints

图 1 时空约束方法的框架

本文借鉴数值优化理论中处理非线性等式约束的思想,将牛顿力学约束转变成目标函数并进一步优化关键帧时刻,从而构造出收敛性更好的优化模型.

1 相关工作

时空约束方法^[1]是一种重要的人体运动仿真方法.它将待仿真的运动分为若干段并在运动的开始、结束、段与段的连接处设置对运动的约束条件.满足指定约束和牛顿力学约束的运动可能存在无穷多个或不存在,因此定义一个目标函数,然后通过优化求出一个局部最优解.

目标函数有能量消耗量^[1]、力平方对运动时间的积分^[2,3]、力平滑函数和差异函数^[4]以及最大舒适度^[5]等.约束函数分为姿态约束和牛顿力学约束.姿态约束是指人体在关键时刻的姿态、速度、加速度等于给定值,它规定了仿真运动的类型.牛顿力学约束是指人体运动必须满足牛顿力学以保证仿真运动的物理真实性.

时空约束方法的缺点是优化模型的规模大、非线性强、收敛性差.相应的解决方法可分为 4 类:

(1) 采用先进的优化求解技术.逐步二次规划方法^[1]、拟牛顿法^[2]、增广 Lagrange 乘子法^[5]是目前求解非线性约束优化的主流方法.这些方法采用罚函数技巧迫使等式约束条件得到满足.如果优化的初值不理想,会使对应于等式约束的罚因子非常大,最终导致优化失败.Ngo 和 Marks 使用遗传算法求解时空约束的优化^[6],但这种计算复杂度很高的概率算法对于大规模的优化问题不实用.

(2) 引入用户交互.Cohen 指出约束函数和目标函数的强非线性、非线性优化方法对初值的敏感性使时空约束的收敛性无法控制^[7].他提出让用户根据优化过程中输出的信息动态地修改目标函数、约束函数和初值来提高优化的收敛性.该方法极大地加重了用户的负担.

(3) 减小优化模型的规模.Cohen 将运动分成连续的几个片段,然后在每个片段内单独进行优化,最后将所有片段的优化结果拼在一起形成最终的优化结果^[7].Popovich 和 Witkin 利用某些运动具有的对称性来减少人体运动自由度^[4].该方法只适用于具有对称性的运动,不具有通用性.Safonova 等人运用主分量分析技术分析特定类型运动中旋转关节之间的运动关联性,然后通过降维得到描述这类运动的低维子空间,并在该空间进行优化计算^[8].其缺点是需要一组相似的实例数据作为主分量分析的样本且对位于子空间外的姿态约束不易处理.

(4) 转化优化变量.Smith 将优化变量从运动轨迹转变为关节上的力以使牛顿力学约束从强非线性变成弱

非线性^[9].该方法没有改变优化模型强非线性的本质,因为它使姿态约束从弱非线性变成强非线性且力的初值比运动轨迹的初值更难设置.

时空约束方法本质是求解一个大规模非线性约束优化问题.现有求解方法仅在初值足够准确时才能收敛.本文将强非线性约束转变成目标函数,并将关键帧时刻加入优化变量集,从而降低了优化对初值准确程度的要求,提高了优化的收敛性.

2 基本思想

可行域是指使约束条件满足的优化变量所组成的区域.当优化变量的初值位于可行域外部时,可采用罚函数方法迫使优化变量进入可行域^[10].根据是否存在可行域、能否在可行域内找到局部最优解,可将非线性约束优化分成3类:1) 可行域存在且能通过罚函数方法使优化变量进入可行域(如图2(a)所示);2) 可行域存在,但约束条件的强非线性使罚函数方法失效(如图2(b)所示);3) 约束条件之间互相矛盾,可行域不存在(如图2(c)所示).约束条件无法同时满足会使对应于约束条件的罚因子之间相互竞争不断增大,最终导致后两类优化失败.

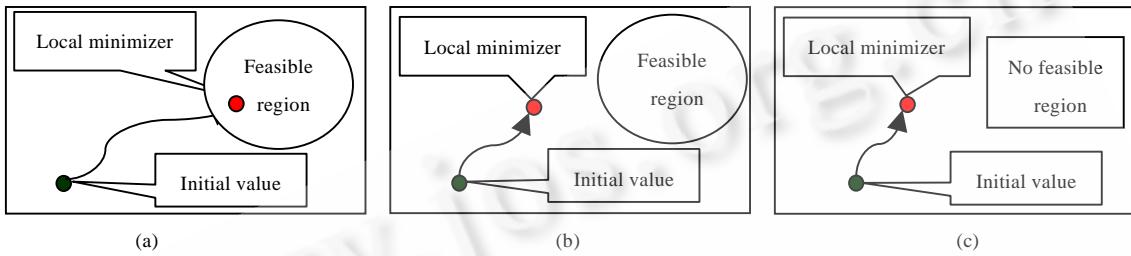


Fig.2 Three types of nonlinear constrained optimizations

图2 3类非线性约束优化

当姿态约束与牛顿力学约束之间、不同时刻的牛顿力学约束之间不相容时,时空约束模型不存在可行域.当所有约束相容时可行域存在,但牛顿力学约束的强非线性和优化模型规模大的特点常使优化变量的初值位于可行域外.本文首先将牛顿力学约束转变成目标函数以弱化约束条件、扩大可行域、提高收敛性.然后,采用无奇异性的多刚体动力学方程^[11]和优化B样条四元数插值算法提高时空约束方法仿真复杂人体空翻运动的能力.最后,将关键帧所在的关键时刻加入优化变量集,降低时空约束方法对关键时刻准确程度的依赖.

本文第3节介绍新优化模型.第4节、第5节介绍人体动力学模型和关键帧插值.第6节介绍新模型在体育训练中的运用.

3 新优化模型

3.1 优化模型的数学表达

$$\min_{B(t), Q(t), T_{key}} T^{-1} \int_0^T \sum_{i=1}^6 F_i^2(Q(t), B(t)) dt \quad (1)$$

$$\text{Subject to } |B(t_i) - \bar{B}(t_i)| \leq \varepsilon_1, t_i \in T_{key} \quad (2)$$

$$|Q_k(t_i) - \bar{Q}_k(t_i)| \leq \varepsilon_2, t_i \in T_{key}, Q_k \in Q(t) \quad (3)$$

$$t_i - t_{i+1} < 0, t_i, t_{i+1} \in T_{key}, i = 1, \dots, n-1 \quad (4)$$

F_1, \dots, F_6 是人体根关节上的合力. $B(t) = \{x(t), y(t), z(t)\}$ 表示人体根关节的平移, $Q(t) = \{Q_1(t), \dots, Q_n(t)\}$ 表示人体n个旋转关节对应的B样条四元数. $\bar{B}(t_i), \bar{Q}_k(t_i)$ 是关键帧时刻人体姿态的约束值. $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 是关键帧时刻人体姿态的容许误差. T_{key} 是关键帧集合. T 表示运动的总时间.首末关键帧时刻不优化.

3.2 牛顿力学约束的特点

牛顿力学约束是指人体运动要满足平衡方程 $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}, \mathbf{m}, \mathbf{F}_o, t) = \mathbf{0}, t \in [0, T]$. \mathbf{x} 表示关节的位移. \mathbf{m} 表示人

体质量参数 \mathbf{F}_o 表示环境施加在人体上的力 \mathbf{F} 表示人体根关节上的合力.平衡方程有3个特点:1) \mathbf{x} 微小的误差导致 $\dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}$ 的误差成倍放大^[12];2) 包含三角函数及其组合,因此非线性较强;3) \mathbf{m} 的精确度较低.这些特点导致平衡方程在实际优化中难以精确满足,必须要将其松弛为 $|\mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}, \mathbf{m}, \mathbf{F}_o, t)| \leq \varepsilon$. ε 太小,说明牛顿力学约束太严格,可能导致优化失败. ε 太大,说明牛顿力学约束太松,不能保证运动的物理逼真性. ε 与被仿真运动的类型、人体质量参数、优化变量的初值密切相关且无法量化这种关系.第3.4节的实验表明,对于不同类型的运动, ε 的合理值可以相差一个数量级.

3.3 新模型的优点

新模型的核心思想是将牛顿力学约束条件 $\mathbf{F}=\mathbf{0}$ 转化成目标函数(方程式(1)).目标函数度量运动过程中牛顿力学约束的平均破坏程度.牛顿力学约束的转化使优化模型中的姿态约束(方程式(2),式(3))和关键时刻的时序约束(方程式(4))在优化初始就能被满足,优化的收敛性不依赖于运动的类型等因素.如果优化后的目标函数值能够降到合理的程度且约束条件都被满足,我们认为优化的运动是物理真实的.新模型的另一个特点是,优化关键帧时刻,从而降低优化结果对关键时刻准确程度的依赖.

3.4 优化模型的数值计算与实验验证

本文以7种蹦床运动为实验对象,分别是如图3所示的M1:直体后空翻一周;M2:抱膝后空翻一周;M3:抱膝后空翻两周;M4:前空翻一周转体半周;M5:前空翻一周转体一周半;M6:转体半周前空翻一周半;M7:前空翻两周转体一周半.关键帧从捕获运动数据中被挑选出来.质心在起跳时的坐标是(0m,1m,0m),速度是(0.15m/s,10.0m/s,0.15m/s).运动的滞空时间为2.04s.本文采用逐步二次规划方法^[4]求解优化模型.优化的最大迭代次数设为80,计算平均耗时78分钟.阈值 $\varepsilon_1=0.25, \varepsilon_2=0.05$.

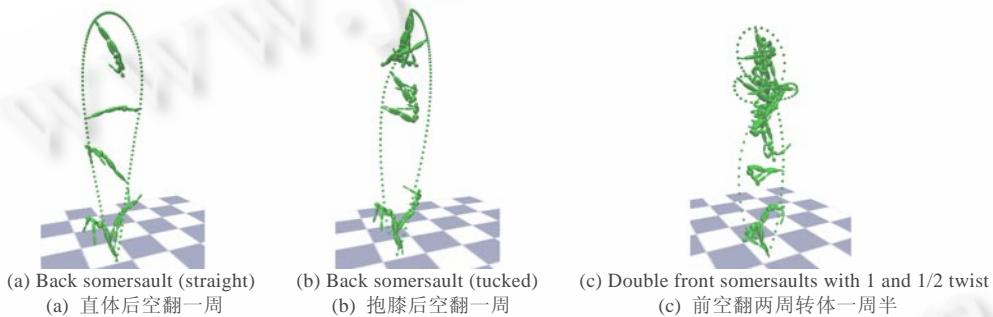


Fig.3

图3

新模型的目标函数度量运动过程中牛顿力学约束的平均破坏程度,因此可以根据优化后的目标函数值估计牛顿力学约束的合理松弛量 ε .表1中的合力平均值表明动作越复杂,合力平均值就越偏离理论值.图4、图5中,优化前后合力随时间变化的曲线表明,如果将牛顿力学约束作为约束条件,对M7的合理松弛量约为500,对M1合理松弛量约为10.两者相差一个数量级的事实表明,牛顿力学约束的合理松弛量与运动类型密切相关.

Table 1 Datum in experiments

表1 实验数据

Number of keyframes	Number of variables	Number of constraint equations	Value of objective function before optimization	Value of objective function after optimization	Average force acting on the root before optimization	Average force acting on the root after optimization
M1	5	264	3.88e+03	5.27e+01	2.54e+01	2.96e+00
M2	7	350	8.66e+04	1.82e+03	1.20e+02	1.74e+01
M3	8	393	6.40e+04	4.57e+03	1.03e+02	2.75e+01
M4	9	436	1.44e+05	1.27e+04	1.54e+02	4.60e+01
M5	11	522	4.48e+05	1.21e+04	2.73e+02	4.49e+01
M6	11	522	1.61e+05	5.05e+03	1.63e+02	2.90e+01
M7	13	595	4.15e+05	4.08e+04	2.62e+02	8.24e+01

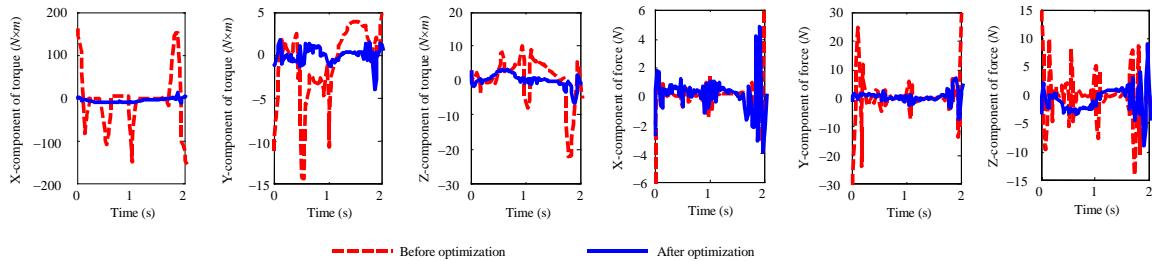


Fig.4 Resultant of forces acting on the root (back somersault (straight))

图 4 根关节上的合力(直体后空翻一周)

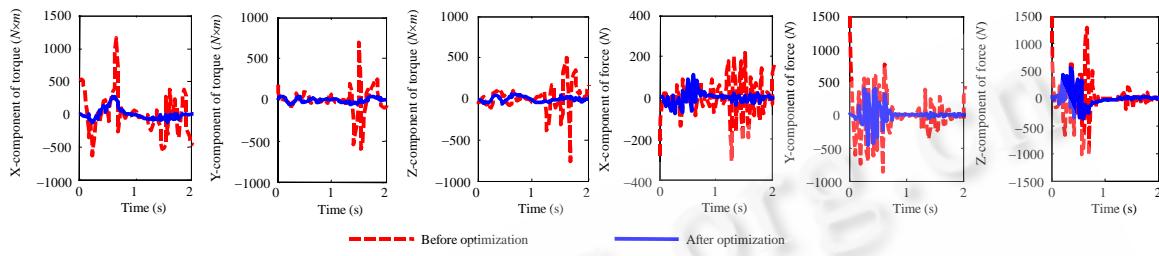


Fig.5 Resultant of forces acting on the root (double front somersaults with 1 and 1/2 twist)

图 5 根关节上的合力(前空翻两周转体一周半)

4 人体动力学模型

人体动力学模型是运动仿真的基础,它包括人体模型和描述人体运动的动力学方程两部分.人体模型高1.7m,重66Kg,包含14个旋转关节和1个平移关节.人体模型呈树状结构,腹部称为根刚体,与根刚体相连的称为根刚体的子刚体.以此类推,可以确定其他刚体之间的父子关系.无子刚体的刚体称为叶子刚体.表2给出了人体的质量参数^[13].本文采用文献[11]的方法建立人体动力学方程.该方程高效、无欧拉角奇异性问题.它的计算包含两个阶段.前向阶段:计算根刚体的速度、加速度,然后计算孩子刚体的速度、加速度.以此类推,计算叶子刚体的速度、加速度.后向阶段:计算叶子刚体作用在父刚体上的力,以此类推,计算根刚体上受到的力.公式中符号的意义详见文献[11].

Table 2 Mass parameters of the body

表 2 人体质量参数

Limb	Mass (kg)	I_x ($kg \cdot m^2$)	I_y ($kg \cdot m^2$)	I_z ($kg \cdot m^2$)
Pelvis	8.1e0	5.3e-2	5.9e-2	6.6e-2
Thigh	1.0e1	2.0e-1	4.1e-2	1.9e-1
Shank	3.2e0	3.7e-2	6.5e-3	3.9e-2
Foot	1.0e0	4.0e-3	1.0e-3	4.4e-3
Abdomen	1.2e1	8.2e-2	1.2e-1	1.3e-1
Thorax	1.1e1	7.1e-2	1.5e-1	1.7e-1
Upper arm	1.9e0	1.1e-2	4.0e-3	1.3e-2
Forearm	1.1e0	6.0e-3	1.3e-3	6.5e-3

$$\mathbf{v}'_i = \mathbf{X}_{i-1}^i \mathbf{v}'_{i-1} + [\bar{\omega}'_i \quad \mathbf{0}]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{a}'_i = \mathbf{X}_{i-1}^i \mathbf{a}'_{i-1} + [\mathbf{R}_0^i \dot{\mathbf{R}}_i^0 \bar{\omega}'_i + \dot{\mathbf{r}}'_i \times \bar{\omega}'_i]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{f}'_i = \mathbf{X}_{i+1}^i \mathbf{f}'_{i+1} + \mathbf{I}'_i \mathbf{a}'_i - \mathbf{v}'_i \hat{\times} \mathbf{I}'_i \mathbf{v}'_i \quad (7)$$

5 关键帧插值

关键帧插值为优化模型提供初值,它包含挑选、修改关键帧,设置关键帧时刻,设置质心在起跳时的位置和

速度,运动轨迹插值,B 样条四元数优化 5 个步骤(如图 6 所示).

5.1 选择关键帧、设置关键帧时刻、设置起跳时质心的速度和坐标值

用户根据待仿真的运动从运动数据库中选出关键帧并设置相应的关键帧时刻.挑选关键帧的过程中不考虑人体根关节的平移,因为根关节的平移根据旋转关节的运动和起跳时人体质心的位置、速度来计算(见第 5.3 节).

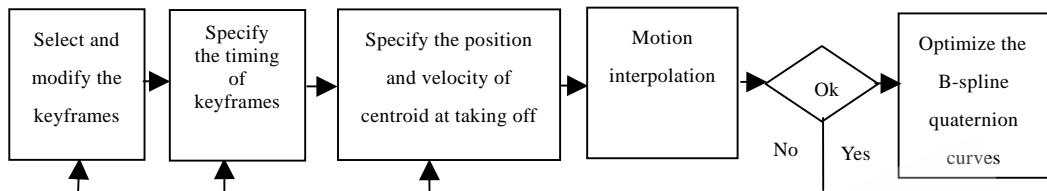


Fig.6 Interpolation between keyframes

图 6 关键帧插值

5.2 旋转关节运动的插值

关键帧确定后,每个旋转关节都对应一个单位四元数序列 $\{qua_1, \dots, qua_n\}$ 和关键帧时刻序列 $\{t_1, \dots, t_n\}$.根据单位四元数序列插值得到的四元数曲线 $qua(t)$ 要满足 5 个条件:1) 可二次求导;2) 模长内蕴为 1;3) 具有局部修改性且能通过调整控制点来修改四元数曲线;4) 通过所有的数据点;5) 对数据点的分布无限制.目前已知的四元数插值算法均不能同时满足以上 5 个条件.文献[14]不满足模长内蕴为 1 的要求.文献[15]不满足局部修改性.文献[16]要求数据等间隔分布.文献[17]要求数据分布在半球内.本文将第 4 个条件降低为四元数曲线尽可能通过所有的数据点,然后在 B 样条四元数^[18]基础上优化“角速度” ω_i ,使 $qua(t)$ 到 qua_1, \dots, qua_n 的偏差最小(如图 7 所示).

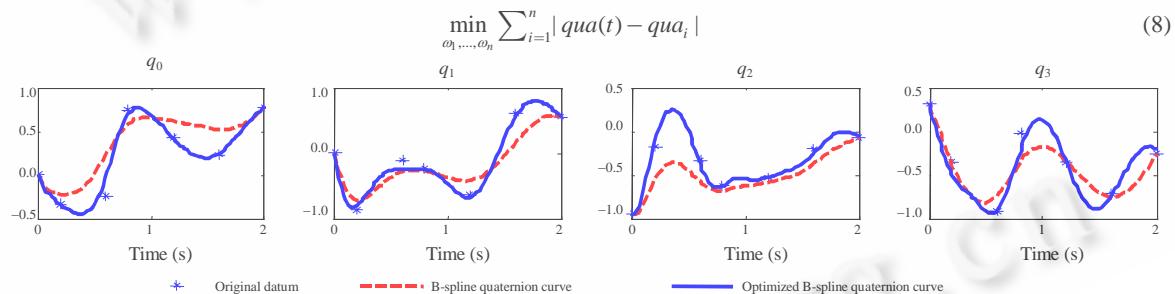


Fig.7 Optimization of B-spline quaternion curve $qua(t)$. q_0, q_1, q_2, q_3 are four components of $qua(t)$

图 7 优化 B 样条四元数曲线 $qua(t)$. q_0, q_1, q_2, q_3 是 $qua(t)$ 的 4 个分量

5.3 拟合根关节的平移运动

首先根据起跳时人体质心的坐标 S_0 、速度 v 、重力加速度 g 计算人体质心轨迹 $s(t)$.

$$s(t) = v \times t + 0.5 \times g \times t^2 + S_0 \quad (9)$$

然后在人体根关节无平移的情况下,根据插值得到的旋转关节运动数据计算人体质心轨迹 $s'(t)$.

$$s'(t) = \frac{\sum_{i=1}^n m_i p_i(t)}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (10)$$

m_i 是人体模型第 i 个刚体的质量, $p_i(t)$ 是第 i 个刚体的质心在世界坐标系中的坐标. $s(t) - s'(t)$ 就是根关节的平移轨迹.

6 应用

本文尝试解决体育训练中的两个问题:1) 质量参数不同的运动员做相同动作时身体的受力有多大差别。根据这个差别,运动员可以有针对性地加强身体某部位的肌肉力量;2) 能否用计算机仿真设计出逼真的新动作。这不仅可以估计新动作对运动员身体素质的要求,还能让运动员在观摩新运动后有一个感性认识,提高训练质量^[19,20]。

6.1 力学分析

首先从捕获运动数据“前空翻两周转体一周半” $s'(t)$ (如图 3c 所示)中提取关键帧、关键帧时刻、起跳时质心的速度值,然后输入两组不同的人体模型参数并进行仿真计算。第 1 组质量参数取自表 1。第 2 组质量参数将表 1 中大腿的质量和转动惯量增加 50%。图 8 表明,大腿质量和转动惯量的变化对右大腿上的力影响较大,对力矩影响很小。右大腿上的力矩由驱动右大腿运动的力矩 *Moment1* 和驱动右小腿和右脚运动的力矩 *Moment2* 组成。根据小腿、脚的质量以及它们的质心到大腿根部的距离,利用转动惯量的平行轴定理可算出 *Moment1*:*Moment2* $\approx 1:10$ 。所以,右大腿质量和转动惯量增加 50% 对右大腿上的力矩影响很小。图 8 中右上臂的受力说明,大腿质量和转动惯量的变化对右上臂的受力影响很小。

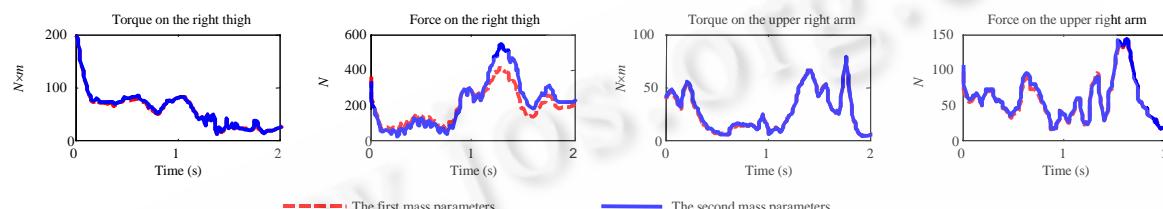


Fig.8 Forces acted on the right thigh and upper arm
图 8 右腿和右上臂上受到的力

6.2 设计新动作

从运动数据库中加载蹦床运动“前空翻一周转体一周半”,然后挑选 10 个关键帧并通过修改最后两帧使人体姿态符合跳水运动的要求。倒数第 2 帧人体近似水平,最后一帧人体垂直、头朝下。人体质心在起跳时的坐标设为(0m,6m,0m),速度设为(0m/s,4m/s,-0.5m/s)。新动作设计的难点之一是如何确定合理的关键帧时刻。传统的手工调节方法非常繁琐。本文的优化模型能够优化关键帧时刻,减轻了用户的负担(如图 9 所示)。图 10 画出了仿真的 5m 台跳水动作。

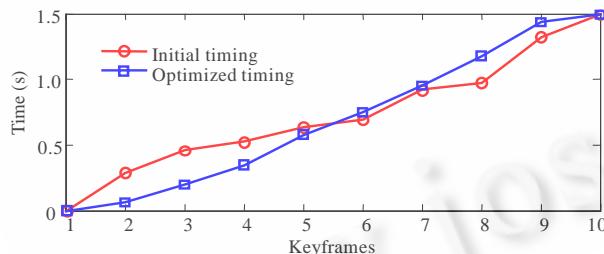


Fig.9 Optimization of timing

图 9 关键帧时刻优化



Fig.10 Left: The diving. Right: The somersault on the trampoline

图 10 左:跳水动作.右:蹦床动作

7 结论

为了解决人体运动仿真中优化模型收敛性不好的问题,本文提出了一种新的优化模型。新模型具有如下优点:1) 将传统优化模型中的牛顿力学约束转化为目标函数,降低了约束条件的非线性,扩大了优化模型的可行域;2) 将关键帧时刻加入优化变量集,降低了仿真算法对关键帧时刻准确程度的依赖;3) 使用 B 样条四元数优

化算法和无欧拉角奇异性的动力学方程提高了时空约束方法仿真人体复杂空翻运动的能力。

人与环境接触时受到环境的反作用力,从而导致它的运动规律比人体空中运动更加复杂。下一步我们将推广本文方法来仿真这类运动。

致谢 中国科学院计算技术研究所虚拟现实技术实验室的徐文彬、李淳范、吴双元对本文工作给予了很大帮助,在此表示感谢。

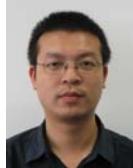
References:

- [1] Witkin A, Kass M. Spacetime constraints. In: Beach RJ, ed. Proc. of the SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1988. 159–168. <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=378507>
- [2] Liu ZC, Gortler SJ, Cohen MF. Hierarchical spacetime control. In: Schweitzer D, Glassner A, Keeler M, eds. Proc. of the SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1994. 35–42. <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=192169>
- [3] He HQ, Hong Bingrong, Liu HH. A motion control algorithm for virtual human based on torque optimization. Journal of Astronautics, 2001,22(3):45–51 (in Chinese with English abstract).
- [4] Popovic Z, Witkin A. Physically based motion transformation. In: Waggenspack W, ed. Proc. of the SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1999.11–20. <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=311535.311536>
- [5] Yang F, Yuan XG. Computational simulation of human motion based on comfort level maximization. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2005,17(2):267–272 (in Chinese with English abstract).
- [6] Ngo JT, Marks J. Spacetime constraints revisited. In: Whittom MC, ed. Proc. of the SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1993. 343–350. <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=166160>
- [7] Cohen MF. Interactive spacetime control for animation. In: Thomas JJ, ed. Proc. of the SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1992. 293–302. <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=134083>
- [8] Safanova A, Hodgins J, Pollard N. Synthesizing physically realistic human motion in low-dimensional, behavior-specific spaces. ACM Trans. on Graphics, 2004,23(3):514–521.
- [9] Smith J. Three applications of optimization in computer graphics [Ph.D. Thesis]. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 2003.
- [10] Yuan YX, Sun WY. Optimization Theory and Methods. Beijing: Science Press, 1997. 521–558 (in Chinese).
- [11] Wei Y, Xia SH, Zhu DM, Wang ZQ. A robust method for analyzing the physical correctness of motion capture data. In: Slater M, Kitamura Y, Tal A, Amditis A, Chrysanthou Y, eds. Proc. of the ACM Symp. on Virtual Reality Software and Technology. New York: ACM Press, 2006. 338–341. <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1180563>
- [12] Zheng XY, Jia SH, Gao YF, Hou M, Xi DL, Yang HH. Modern Sports Biomechanics. Beijing: National Defense Industry Press, 2002. 24–25 (in Chinese).
- [13] Zatsiorsky VM. Kinetics of Human Motion. Champaign: Human Kinetics Publishers, 2002. 302–306.
- [14] Ramamurthy R, Barr AH. Fast construction of accurate quaternion splines. In: Owen GS, Whitted T, Mones-Hattal B, eds. Proc. of the SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1997. 287–292. <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=258870>
- [15] Park FC, Ravani B. Smooth invariant interpolation of rotations. ACM Trans. on Graphics, 1997,16(3):277–295.
- [16] Kim MJ, Kim MS, Shin SY. A C^2 -continuous B-spline quaternion curve interpolating a given sequence of solid orientations. In: Thalmann NM, Thalmann D, eds. Proc. of the Computer Animation. New York: IEEE Press, 1995. 72–81. <http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/defdeny.jsp?url=%20stamp/stamp.jsp?arnumber=00393545&code=2>
- [17] Buss SR, Fillmore JP. Spherical averages and applications to spherical splines and interpolation. ACM Trans. on Graphics, 2001,20(2):95–126.
- [18] Kim MJ, Kim MS, Shin SY. A general construction scheme for unit quaternion curves with simple high order derivatives. In: Proc. of the SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1995. 369–376. <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=218380.218486>
- [19] Wang ZQ, Zhang YD, Xia SH. 3D human motion simulation and a video analysis system for sports training. Journal of Computer Research and Development, 2005,42(2):344–352 (in Chinese with English abstract).
- [20] Wang ZQ, Xia SH, Qiu XJ, Wei Y, Liu L, Huang H. Digital 3D trampoline simulating system—VHTrampoline. Chinese Journal of Computers, 2007,30(3):498–505 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献:

- [3] 贺怀清,洪炳熔,刘浩翰.一种基于力矩优化的虚拟人运动控制算法.宇航学报,2001,22(3):45–51.
- [5] 杨峰,袁修干.基于舒适度最大化的人体运动控制.计算机辅助设计与图形学学报,2005,17(2):267–272.

- [10] 袁亚湘,孙文瑜.最优化理论和方法.北京:科学出版社,1997.521-558.
- [12] 郑秀瑗,贾书惠,高云峰,侯曼,析鼎亮,仰红惠.现代运动生物力学.北京:国防工业出版社,2002.24-25.
- [19] 王兆其,张勇东,夏时洪.体育训练三维人体运动模拟与视频分析系统.计算机研究与发展,2005,42(2):344-352.
- [20] 王兆其,夏时洪,邱显杰,魏毅,刘莉,黄河.数字化三维蹦床运动模拟与仿真系统-VHTrampoline.计算机学报,2007,30(3):498-505.



魏毅(1978—),男,福建光泽人,博士,主要研究领域为人体运动仿真.



王兆其(1966—),男,博士,研究员,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为虚拟现实,智能人机接口.



夏时洪(1974—),男,博士,副研究员,CCF 高级会员,主要研究领域为人体运动仿真,角色动画,几何计算.