ISSN 1000-9825, CODEN RUXUEW
Journal of Software, Vol.19, No.3, March 2008, pp.594−604
DOI: 10.3724/SP.J.1001.2008.00594

E-mail: jos@iscas.ac.cn
http://www.jos.org.cn
Tel/Fax: +86-10-62562563

一般术语公理下的模糊描述逻辑 FALCN 推理*

李言辉[1,2]， 徐宝文[1,2+]， 陆建江[3]， 康达周[1,2]

[1](东南大学 计算机科学与工程系,江苏 南京 210096)
[2](江苏省软件质量研究所,江苏 南京 210096)
[3](解放军理工大学 指挥自动化学院,江苏 南京 210007)

Reasoning with General Terminological Axioms in Fuzzy Description Logic FALCN

LI Yan-Hui[1,2], XU Bao-Wen[1,2+], LU Jian-Jiang[3], KANG Da-Zhou[1,2]

[1](Department of Computer Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)
[2](Jiangsu Institute of Software Quality, Nanjing 210096, China)
[3](Institute of Command Automation, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)
+ Corresponding author: Phn: +86-25-83793977, Fax: +86-25-83689779, E-mail: bwxu@seu.edu.cn

Li YH, Xu BW, Lu JJ, Kang DZ. Reasoning with general terminological axioms in fuzzy description logic FALCN. *Journal of Software*, 2008,19(3):594−604. http://www.jos.org.cn/1000-9825/19/594.htm

Abstract: This paper analyzes that the main difficulty in reasoning with general terminological axioms is that the membership degrees of fuzzy interpretations are not discrete, but continous in [0,1]. To remove this obstacle difficulty, this paper proposes a discretization method of fuzzy interpretation to translate membership degrees into discrete values in a finite set. Based on this discretization, it gives a discrete Tableau reasoning technique for FALCN reasoning problems with general terminological axioms, which consists of the definition of discrete Tableaus, a construction algorithm for discrete Tableaus and the proof of soundness, completeness and complexity of this algorithm.
Key words: fuzzy; description logic; semantic Web; general terminological axiom; knowledge representation

摘 要: 分析了一般术语公理下推理的主要难点:在模糊解释中的隶属度不是离散值,而是区间[0,1]上的连续值.为解决该难点,提出了模糊描述逻辑 FALCN 下的模糊解释离散化方法,从而使解释中的隶属度都属于一个特殊的有限离散集合.基于该离散化方法,给出一般术语公理下 FALCN 推理问题的离散 Tableau 推理技术,包括离散 Tableau 的定义以及离散 Tableau 的构造算法,并证明了算法的正确性、完备性和复杂度.
关键词: 模糊;描述逻辑;语义 Web;一般术语公理;知识表示
中图法分类号: TP18 **文献标识码**: A

语义 Web 代表下一代 Web 的构想,它赋予 Web 信息良构的语义,使其机器可理解,从而更好地实现 Web 资

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.60373066, 60425206, 90412003 (国家自然科学基金); the National Basic Research Program of China under Grant No.2002CB312000 (国家重点基础研究发展计划(973)); the Jiangsu High-Tech Research Project of China under Grant No.20020286004 (高等学校博士学科点专项科研基金)
Received 2006-05-08; Accepted 2006-09-30

源信息的智能化处理.语义 Web 采用本体作为通用的共享知识模型.描述逻辑被视为主要的本体语言,它为本体附加清晰的模型论语义[1].当前,语义 Web 的本体语言推荐规范如 OWL Lite 和 OWL DL 都以描述逻辑作为逻辑基础,它们分别等价于描述逻辑 SHIF(D)和 SHOIN(D)[2].

随着语义 Web 的发展,越来越多的日常知识进入语义 Web,其中也包含了一些模糊信息,因而,语义 Web 需要具有模糊知识表示能力的本体语言.而经典描述逻辑仅支持精确知识的描述和推理,不适于处理模糊知识.为解决该问题,研究者提出了模糊描述逻辑,它扩展描述逻辑使其具有处理模糊知识的能力.Straccia 引入模糊解释,提出一种基础的模糊描述逻辑 FALC,它是描述逻辑 ALC 的模糊扩展,并提出在非循环术语公理下的约束传播算法[3].在 FALC 的基础上,Hölldobler 等人提出了一种隶属度操作构造子以定义新的模糊概念[4].复杂描述逻辑如 ALCQ 和 SHOIN(D)的模糊扩展也被提了出来[5,6],但没有相应的推理算法.Stoilos 等人将 Straccia 的模糊框架引入 OWL,定义模糊本体语言:Fuzzy OWL[7].

尽管研究者在描述逻辑的模糊化方面做了大量的工作,但是当前的模糊描述逻辑推理技术也只能处理空术语公理或非循环术语公理下的推理问题[8].一般术语公理下的推理问题仍然没有解决,其主要难点在于,模糊解释$\mathcal{I}$将模糊概念映射为领域 $\Delta^{\mathcal{I}}$ 上的复杂隶属度函数 $\Delta^{\mathcal{I}}\rightarrow[0,1]$,因而,隶属度函数的值域是连续区间[0,1],而不是一个有限的离散值集合.

在本文中,我们将研究模糊描述逻辑 FALCN 中一般术语公理下的推理算法.为了克服隶属度函数的值域是连续域这一难点,我们提出一种离散化方法,将模糊解释$\mathcal{I}$转化为离散解释,该离散解释中任意隶属度函数的值域都是某一特殊有限离散值集合.我们将证明该离散化方法的有效性:对于 FALCN 的知识库$\mathcal{K}$,如果存在满足$\mathcal{K}$的模糊解释$\mathcal{I}$,那么,$\mathcal{I}$离散化后的离散解释也满足$\mathcal{K}$.基于该离散化方法,我们将设计离散 Tableau 算法以处理一般术语公理下 FALCN 的推理问题,这包括离散 Tableau(它与离散解释对应)的定义和离散 Tableau 构造算法.

1 模糊描述逻辑 FALCN

本节将简单介绍 FALCN 的语法、语义、知识库和推理问题.模糊描述逻辑 FALCN 是描述逻辑 ALCN[1]的模糊扩展,它采用模糊解释赋予 ALCN 语法以模糊语义,并扩展 ALCN 知识库形式以定义 FALCN 知识库.为便于表示,以下令 A 表示原子概念,R 表示原子关系,a 和 b 表示个体.

定义 1. FALCN 概念由以下概念构造子递归定义:

(1) 原子概念 A 是概念;

(2) 底概念$\perp$是概念;

(3) 如果 C,D 是概念,p 是自然数,则表达式$\neg C, C\sqcup D, C\sqcap D, \forall R.C, \exists R.C, \geq pR$ 和$\leq pR$ 是概念.

定义 2. 由于概念和关系在 FALCN 中被视为模糊集合,这里采用模糊解释$\mathcal{I}=\langle \Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$定义它们的语义.其中,$\Delta^{\mathcal{I}}$ 是代表领域的非空集合;$\cdot^{\mathcal{I}}$ 是解释函数,$\cdot^{\mathcal{I}}$ 映射:

个体 a $a^{\mathcal{I}}$: $a^{\mathcal{I}}\in\Delta^{\mathcal{I}}$

原子概念 A $A^{\mathcal{I}}$: $\Delta^{\mathcal{I}}\rightarrow[0,1]$

原子关系 R $R^{\mathcal{I}}$: $\Delta^{\mathcal{I}}\times\Delta^{I}\rightarrow[0,1]$

由以上定义可知,原子概念 A 被解释为领域 $\Delta^{\mathcal{I}}$ 上的隶属度函数 $A^{\mathcal{I}}()$.对于任意的领域元素 d, $A^{\mathcal{I}}(d)$表示 d 隶属于 A 的程度.原子关系 R 的解释 $R^{\mathcal{I}}$ 具有类似的含义.对于由概念构造子定义的复杂函数,$\perp^{\mathcal{I}}$ 将它们解释为

$$\perp^{\mathcal{I}}(d)=0,$$

$$(C\sqcap D)^{\mathcal{I}}(d)=\min(C^{\mathcal{I}}(d), D^{\mathcal{I}}(d)),$$

$$(C\sqcup D)^{\mathcal{I}}(d)=\max(C^{\mathcal{I}}(d), D^{\mathcal{I}}(d)),$$

$$\neg C^{\mathcal{I}}(d)=1-C^{\mathcal{I}}(d),$$

$$(\forall R.C)^{\mathcal{I}}(d)=inf\{\max(1-R^{\mathcal{I}}(d,d'), C^{\mathcal{I}}(d'))|d'\in\Delta^{\mathcal{I}}\},$$

$$(\exists R.C)^{\mathcal{I}}(d)=sup\{\min(R^{\mathcal{I}}(d,d'), C^{\mathcal{I}}(d'))|d'\in\Delta^{\mathcal{I}}\},$$

$$(\geq pR)^{\mathcal{I}}(d)=sup\{\min_{i=1}^{p}(R^{\mathcal{I}}(d,d^i))|d^1,\ldots,d^p\in\Delta^{\mathcal{I}}\},$$

$$(\leq pR)^{\mathcal{I}}(d)=inf\{\max_{i=1}^{p+1}(1-R^{\mathcal{I}}(d,d^i))|d^1,\ldots,d^{p+1}\in\Delta^{\mathcal{I}}\}.$$

上式中,$\min_{i=1}^{p}(R^{\mathcal{I}}(d,d^i))$是 $\min\{R^{\mathcal{I}}(d,d^1),\ldots,R^{\mathcal{I}}(d,d^p)\}$的简写,$\max_{i=1}^{p+1}(1-R^{\mathcal{I}}(d,d^i))$的含义类似.

定义 3. 一个 FALCN TBox 是一般术语公理 $C\sqsubseteq D$ 的有限集合,这里,C 和 D 是 FALCN 概念.$C\sqsubseteq D$ 表示 D 包含 C,即对于任意个体 d,d 属于 C 的隶属度小于等于 D.解释$\mathcal{I}$满足 $C\sqsubseteq D$,当且仅当 $\forall d\in\Delta^{\mathcal{I}}, C^{\mathcal{I}}(d)\leq D^{\mathcal{I}}(d)$.$\mathcal{I}$满足一个 TBox,当且仅当$\mathcal{I}$满足 TBox 中所有公理.这样的$\mathcal{I}$被称为 TBox 的模型.

定义 4. 一个 FALCN ABox 包含模糊声明$\alpha\rhd\lhd n$ 和个体声明 $a\neq b$,这里,$\alpha=a:C$ 或$\langle a,b\rangle:R$, $\rhd\lhd\in\{<,>,\geq,\leq\}$.模糊声明 $a:C\rhd\lhd n$ 表示 a 属于 C 的隶属度$\rhd\lhd n$;$\langle a,b\rangle:R\rhd\lhd n$ 具有类似的含义.解释$\mathcal{I}$满足一个模糊声明 $a:C\geq n$(或$\langle a,b\rangle:R\geq n$),当且仅当 $C^{\mathcal{I}}(a^{\mathcal{I}})\geq n$ (或 $R^{\mathcal{I}}(a^{\mathcal{I}},b^{\mathcal{I}})\geq n$).对于其他 3 种算符的情况类似定义.$\mathcal{I}$满足 $a\neq b$,当且仅当 $a^{\mathcal{I}}\neq b^{\mathcal{I}}$.$\mathcal{I}$满足一个 ABox,当且仅当$\mathcal{I}$满足 ABox 中所有声明.这样的$\mathcal{I}$被称为 ABox 的模型.

定义 5. 一个 FALCN 知识库$\mathcal{K}$由 Tbox $\mathcal{T}$和 ABox $\mathcal{A}$组成:$\mathcal{K}=\langle\mathcal{T},\mathcal{A}\rangle$.$\mathcal{I}$满足$\mathcal{K}$,当且仅当$\mathcal{I}$满足$\mathcal{T}$和$\mathcal{A}$.这样的$\mathcal{I}$被称为知识库$\mathcal{K}$的模型,也称$\mathcal{K}$为被$\mathcal{I}$所满足.本文将重点讨论知识库$\mathcal{K}$的可满足性问题的推理算法,而实现推理算法的关键就是模糊解释的离散化.

2 模糊解释的离散化

在讨论模糊解释的离散化之前,先介绍经典描述逻辑中一般术语公理下的知识库可满足问题的推理技术,这将有利于理解模糊解释的离散化对于推理的作用.在经典描述逻辑中,所有的概念(关系)被视为经典集合,即个体(个体对)完全属于或完全不属于概念(关系).因而概念(关系)被解释为二值隶属度函数 $\Delta^{\mathcal{I}}\rightarrow\{0,1\}$.对于任意一般术语公理 $C\sqsubseteq D$ 和个体 a,经典描述逻辑的 Tableau 算法在构建 Tableau 的过程中“猜测”a 属于 C 和 D 的隶属度 n 和 m:由隶属度的二值性,$n,m\in\{0,1\}$;且根据 $C\sqsubseteq D,n\leq m$.显然,满足上述条件的$\langle m,n\rangle$共有 3 组:$\langle 0,0\rangle,\langle 0,1\rangle,\langle 1,1\rangle$,这等价于 $n=0$ 或 $m=1$.因此,Tableau 算法加入声明 $a:\neg C\sqcup D$,即 $a:\neg C(n=0)$或 $a:D(m=1)$[9].从经典描述逻辑采用的推理方法上看,如果模糊解释中的所有隶属度函数也具有有限离散值,而不是现在的连续区间[0,1]上的连续值,那么这样的“猜测”技术可以推广到模糊描述逻辑中以处理一般术语公理.本节将采用以下的顺序介绍模糊解释的离散化:首先定义离散化的目标,即满足知识库 K 的离散解释(称为离散模型),其中,任意隶属度函数值 $C^{\mathcal{I}}(d)$或 $R^{\mathcal{I}}(d,d')$都属于一个离散隶属度集合 S,且该集合的势$\#S$ 是知识库 ABox 的势$\#A$ 的线性函数;然后,给出由模糊解释转化为离散模型的离散化过程,并证明该过程的正确性.

2.1 知识库的离散模型

为定义知识库$\mathcal{K}=\langle\mathcal{T},\mathcal{A}\rangle$的离散模型,首先是要确定模型中所有隶属度函数的离散值域 S.令 $N_{\mathcal{K}}$ 为在$\mathcal{A}$中出现的隶属度集合 $N_{\mathcal{K}}=\{\alpha\rhd\lhd n|n\in\mathcal{A}\}$,由 $N_{\mathcal{K}}$ 定义知识库$\mathcal{K}$的隶属度闭包 $DS_{\mathcal{K}}=\{0,0.5,1\}\cup N_{\mathcal{K}}\cup\{1-n|n\in N_{\mathcal{K}}\}$.将 $DS_{\mathcal{K}}$ 中的元素按升序排列 $DS_{\mathcal{K}}=\{n_0,n_1,\ldots,n_s\}$,对于任意 $0\leq i<s,n_i<n_{i+1}$.以下假定 $DS_{\mathcal{K}}$ 元素按升序排列.

定理 1. 对于任意知识库$\mathcal{K}$的隶属度闭包 $DS_{\mathcal{K}}=\{n_0,n_1,\ldots,n_s\}$,以下性质成立:

(1) $n_0=0,n_s=1$;

(2) 如果 $n\in DS_{\mathcal{K}}$,则 $1-n\in DS_{\mathcal{K}}$;

(3) s 是偶数;

(4) 对于任意 $0\leq i\leq s,n_i+n_{s-i}=1$.

证明:由 $DS_{\mathcal{K}}$ 的构造定义,性质(1)~性质(3)显然成立,以下证明性质(4):

令 $DS_{\mathcal{K}}^{*}=\{1-n|n\in DS_{\mathcal{K}}\}$.将 $DS_{\mathcal{K}}^{*}$ 元素按升序排列$\{1-n_s,1-n_{s-1},\ldots,1-n_0\}$.由性质(2)$n\in DS_{\mathcal{K}}$,$1-n\in DS_{\mathcal{K}}$.显然,$DS_{\mathcal{K}}^{*}=DS_{\mathcal{K}}$ 且同样按升序排列,则对应元素相等:$1-n_{s-i}=n_i$,所以,对于任意 $0\leq i\leq s,n_i+n_{s-i}=1$. □

令向量 $M=[c_1,c_2,\ldots,c_{s/2}]\in(0,1)^{s/2}$,定义操作$\otimes$: $NS_{\mathcal{K}}=DS_{\mathcal{K}}\otimes M_{\mathcal{K}}=\{m_1,m_2,\ldots,m_s\}$,当 $i\leq s/2,m_i=c_i\times n_{i-1}+(1-c_i)\times n_i$;否则,$m_i=(1-c_{s+1-i})\times n_{i-1}+c_{s+1-i}\times n_i$.

定理 2. 对于任意 $M=[c_1,c_2,\ldots,c_{s/2}]\in(0,1)^{s/2}$, $NS_{\mathcal{K}}=DS_{\mathcal{K}}\otimes M=\{m_1,m_2,\ldots,m_s\}$以下性质成立:

(1) 对于任意 $1\le i\le s, n_{i-1}<m_i<n_i$;

(2) 对于任意 $1\le i\le s, m_i+m_{s+1-i}=1$.

证明:由任意 $c_i\in(0,1)$和 $n_{i-1}<n_i$,显然,$n_{i-1}<m_i<n_i$ 成立.以下证明性质(2):不失一般性,假设 $i\le s/2$,则 $s+1-i>s/2$.

$$\begin{aligned}m_i+m_{s+1-i}&=c_i\times n_{i-1}+(1-c_i)\times n_i+(1-c_{s+1-(s+1-i)})\times n_{s+1-i-1}+c_{s+1-(s+1-i)}\times n_{s+1-i}\\&=c_i\times n_{i-1}+(1-c_i)\times n_i+(1-c_i)\times n_{s-i}+c_i\times n_{s+1-i}\\&=c_i\times(n_{i-1}+n_{s+1-i})+(1-c_i)\times(n_i+n_{s-i})\\&=c_i+(1-c_i)\\&=1.\end{aligned}$$ □

定义知识库$\mathcal{K}$的离散隶属度集合的集合 $S_{\mathcal{K}}=\{DS_{\mathcal{K}}\cup NS_{\mathcal{K}}\mid NS_{\mathcal{K}}=DS_{\mathcal{K}}\otimes M, M\in(0,1)^{s/2}$ 且 $s=\#DS_{\mathcal{K}}\}$.任意 $S\in S_{\mathcal{K}}$,S 被称为知识库$\mathcal{K}$的离散隶属度集合.将 S 中的元素按升序排列为 $S=\{n_0,m_1,n_1,\ldots,m_{s-1},m_s,n_s\}$.显然,$\#S=2s+1=O(\#N_{\mathcal{K}})$且$\#N_{\mathcal{K}}=O(\#\mathcal{A})$,则$\#S=O(\#\mathcal{A})$.对于知识库$\mathcal{K}$的模型$\mathcal{I}^*$,如果其中的隶属度 $C^{\mathcal{I}}(d)$或 $R^{\mathcal{I}}(d,d')$属于集合 S,则$\mathcal{I}^*$被称为 S 约束下的知识库$\mathcal{K}$的离散模型.下一节将证明,对于知识库$\mathcal{K}$,存在$\mathcal{K}$的模糊模型等价于存在 S 约束下$\mathcal{K}$的离散模型.

2.2 模糊模型向离散模型的转化

对于知识库$\mathcal{K}$和它的离散隶属度集合 S,假定存在$\mathcal{K}$的模型$\mathcal{I}$,下面给出$\mathcal{I}$向 S 约束下的离散模型$\mathcal{I}c$ 的转化:令 $S=\{n_0,m_1,n_1,\ldots,n_{s-1},m_s,n_s\}$,定义转化函数$\varphi:[0,1]\to S$,

$$\varphi(x)=\begin{cases}n_i, & x=n_i\\ m_i, & n_{i-1}<x<n_i\end{cases}.$$

$\varphi()$是[0,1]上的离散化函数:它保持端点 $n_0,\ldots,n_s$ 处的值不变;将两端点 n_{i-1} 和 n_i 之间的区间(n_{i-1},n_i)映射为区间上的代表点 m_i.

定理 3. 对于任意知识库$\mathcal{K}$的离散隶属度集合 S,函数$\varphi:[0,1]\to S$ 满足以下性质:

(1) 对于任意 $0\le x\le y\le 1, \varphi(x)\le\varphi(y)$;

(2) 对于任意 $0\le x<y\le 1$,如果 $x=n_i$ 或 $y=n_i$,则$\varphi(x)<\varphi(y)$;

(3) 对于任意 $0\le x\le 1, \varphi(1-x)=1-\varphi(x)$;

(4) 对于任意 $0\le x,y\le 1, \varphi(\max(x,y))=\max(\varphi(x),\varphi(y))$且$\varphi(\min(x,y))=\min(\varphi(x),\varphi(y))$.

由函数φ的定义,性质(1)和性质(2)显然成立.

证明:性质(3).

当 $x=n_i$ 时,$\varphi(x)=n_i$,则 $\varphi(1-x)=\varphi(1-n_i)=\varphi(n_{s-i})=n_{s-i}=1-n_i=1-\varphi(x)$;当 $n_{i-1}<x<n_i$ 时,$\varphi(x)=m_i$,再由 $n_{s-i}=1-n_i<1-x<1-n_{i-1}=n_{s-i+1}$,$\varphi(1-x)=m_{s-i+1}=1-m_i=1-\varphi(x)$. □

证明:性质(4).

不失一般性,不妨设 $x\le y$.由性质(1),$\varphi(x)\le\varphi(y)$,则$\varphi(\max(x,y))=\max(\varphi(x),\varphi(y))$和$\varphi(\min(x,y))=\min(\varphi(x),\varphi(y))$成立. □

基于转化函数$\varphi()$,将$\mathcal{I}=\langle\Delta^{\mathcal{I}},\cdot^{\mathcal{I}}\rangle$离散化为新的解释$\mathcal{I}^*=\langle\Delta^{\mathcal{I}^*},\cdot^{\mathcal{I}^*}\rangle$:

(1) 解释领域 $\Delta^{\mathcal{I}^*}$ 定义为 $\Delta^{\mathcal{I}^*}=\Delta^{\mathcal{I}}$;

(2) 解释函数 $\cdot^{\mathcal{I}^*}$ 定义为:对于$\mathcal{A}$中任意个体 a, $\alpha^{\mathcal{I}^*}=\alpha^{\mathcal{I}}$;对于任意原子概念 A、原子关系 R 和领域 $\Delta^{\mathcal{I}^*}$ 上元素 d,d', $A^{\mathcal{I}^*}(d)=\varphi(A^{\mathcal{I}}(d))$, $R^{\mathcal{I}^*}(d,d')=\varphi(R^{\mathcal{I}}(d,d'))$;对于复杂概念 C,基于 $A^{\mathcal{I}^*}()$和 $R^{\mathcal{I}^*}()$, $C^{\mathcal{I}^*}()$可递归定义得到.

记以上构建的解释为$\mathcal{I}^*=\varphi(\mathcal{I})$.

定理 4. 对于任意概念 C 和领域 $\Delta^{\mathcal{I}^*}$ 上元素 d,$\mathcal{I}^*$满足 $C^{\mathcal{I}^*}(d)=\varphi(C^{\mathcal{I}}(d))$.

证明:根据概念 C 的构成,递归证明该结论:

(1) $C=A$:根据定义显然成立;

(2) $C=\bot$:由解释的定义,$\bot^{\mathcal{I}*}(d)=0=\varphi(0)=\varphi(\bot^{\mathcal{I}*}(d))$;

(3) $C=D\sqcap E$:由归纳 $D^{\mathcal{I}*}(d)=\varphi(D^{\mathcal{I}}(d))$和 $E^{\mathcal{I}*}(d)=\varphi(E^{\mathcal{I}}(d))$成立,则

$$(D\sqcap E)^{\mathcal{I}*}(d)=\min(D^{\mathcal{I}*}(d),E^{\mathcal{I}*}(d))=\min(\varphi(D^{\mathcal{I}}(d)),\varphi(E^{\mathcal{I}}(d)))$$
$$=\varphi(\min(D^{\mathcal{I}}(d),E^{\mathcal{I}}(d)))=\varphi((D\sqcap E)^{\mathcal{I}}(d)).$$ □

定理 5. $\mathcal{I}^*=\langle \Delta^{\mathcal{I}*},\cdot^{\mathcal{I}*}\rangle$是 S 约束下知识库 K 的离散模型.

证明:注意$\mathcal{I}=\langle \Delta^{\mathcal{I}*},\cdot^{\mathcal{I}*}\rangle$是知识库$\mathcal{K}$的模型.对于$\mathcal{K}$的 TBox $\mathcal{T}$中的一般术语公理 $C\sqsubseteq D$,$\mathcal{I}$满足 $C\sqsubseteq D$,则$\forall d\in \Delta^{\mathcal{I}}$, $C^{\mathcal{I}}(d)\le D^{\mathcal{I}}(d)$.由定理 3 和定理 4,$C^{\mathcal{I}*}(d)=\varphi(C^{\mathcal{I}}(d))\le\varphi(D^{\mathcal{I}}(d))=D^{\mathcal{I}*}(d)$.$\mathcal{I}^*$仍然满足所有公理,则$\mathcal{I}^*$满足 T.同理可证$\mathcal{I}^*$满足 Abox. □

定理 6. 对于知识库$\mathcal{K}=\langle\mathcal{T},\mathcal{A}\rangle$、其离散隶属度集的集合 $S_{\mathcal{K}}$ 和任意 $S_{\mathcal{K}}$ 中 S,$\mathcal{K}$具有模糊模型当且仅当它具有 S 约束下的离散模型.

3 可满足性问题的离散 Tableau 算法

在介绍 Tableau 算法之前,这里给出一些符号定义.

概念 C 的子概念集 $sub(C)$定义为:

(1) $C=A|\ge pR|\le pR$ 时,$sub(C)=\{C\}$;

(2) $C=\neg A$ 时,$sub(C)=\{C\}\cup sub(A)$;

(3) $C=D\sqcup E|D\sqcap E$ 时,$sub(C)=\{C\}\cup sub(D)\cup sub(E)$;

(4) $C=\forall R.D|\exists R.D$ 时,$sub(C)=\{C\}\cup sub(D)\cup sub(E)$.

对于知识库$\mathcal{K}$,定义 $sub(\mathcal{K})$为$\mathcal{K}$中所有概念 C 的子概念集 $sub(C)$的并集.为表示得简洁,定义$\rhd$和$\lhd$分别代表$\ge$,>和$\le$,<.定义$\ge$和$\le$以及>和<互为相反符号.$\rhd\lhd^-$, $\rhd^-$和$\lhd^-$分别表示$\rhd\lhd$, $\rhd$和$\lhd^-$的相反符号.

3.1 知识库的离散Tableau

与经典的 Tableau 算法[9]类似,FALCN 的 Tableau 算法通过构建知识库的离散 Tableau 以证明该知识库$\mathcal{K}$的离散模型的存在性.离散 Tableau 具有森林状结构,它是一组与知识库 ABox 中个体对应的个体树的集合.个体树由代表个体的节点和代表节点(个体)间关系的边组成.任意节点 d 被标记为隶属度三元组$\langle C,\rhd\lhd,n\rangle$的集合$\Lambda(d)$.当$\langle C,\rhd\lhd,n\rangle$在$\Lambda(d)$中时,它表示 d 所代表的个体属于概念 C 的隶属度$\rhd\lhd n$.

令$\mathcal{R}_{\mathcal{K}}$和$\mathcal{O}_{\mathcal{K}}$为$\mathcal{K}$中出现的原子关系和个体集合,$S=\{n_0,m_1,n_1,\ldots,n_{s-1},m_s,n_s\}$.定义 S 上的标号函数 h: $S\to\{1,2,\ldots,2s+1\}$.对于任意 $n_i,m_i\in S$,$h(n_i)=2i+1$,$h(m_i)=2i$,显然,任意 $x\in S$,x 是 S 中的第 $h(x)$小元素.令 g 为 h 的反函数 $g=h^{-1}$.以下给出 S 约束下知识库$\mathcal{K}$的离散 Tableau 的四元组定义:$\langle\mathcal{O},\mathcal{L},\mathcal{E},\mathcal{V}\rangle$,这里:

$\mathcal{O}$:非空节点集,节点代表个体;

$\mathcal{L}:\mathcal{O}\to 2^M$,$M=sub(\mathcal{K})\times\{\ge,>,\le,<\}\times S$,标记函数将每一节点标记为隶属度三元组的集合;

$\mathcal{E}:\mathcal{R}_{\mathcal{K}}\to 2^Q$,$Q=(\mathcal{O}\times\mathcal{O})\times\{\ge,>,\le,<\}\times S$,关系映射将每一关系映射为个体对、算符和隶属度的三元组集合,当$\langle\langle d,d'\rangle,\rhd\lhd,n\rangle$在$\mathcal{E}(R)$中表示$\langle d,d'\rangle$属于 R 的隶属度$\rhd\lhd n$;

$\mathcal{V}:\mathcal{O}_{\mathcal{K}}\to\mathcal{O}$个体映射将 ABox 中个体映射为$\mathcal{O}$中节点.

定义隶属度二元对$\langle\rhd,n\rangle$和$\langle\lhd,m\rangle$互为共轭,当且仅当它们满足以下条件,见表 1.

Table 1 Conjugated pairs

表 1 共轭隶属度二元对的定义

	$\langle<,m\rangle$	$\langle\le,m\rangle$
$\langle\ge,n\rangle$	$h(n)\ge h(m)$	$h(n)>h(m)$
$\langle>,n\rangle$	$h(n)\ge h(m)-1$	$h(n)\ge h(m)$

共轭对实际上表明不存在 S 中的元素 x 满足 $x\rhd n$ 和 $x\lhd m$.注意$\langle>,n\rangle$和$\langle<,m\rangle$的情况,当 $m>x>n$ 且

$h(n)=h(m)-1$,即 m 和 n 是 S 中的两相邻元素时,不存在 $x\in S$ 且满足 $m>x>n$,因此,与其他 3 种情况相比,增加 $h(n)=h(m)-1$ 的情况变为 $h(n)\geq h(m)-1$.一对隶属度三元组$\langle C,\rhd\lhd,n\rangle$和$\langle C,\rhd\lhd',m\rangle$是共轭的,当且仅当$\langle\rhd\lhd,n\rangle$和$\langle\rhd\lhd',m\rangle$是共轭的.在离散 Tableau 中,对于任意 $d,d'\in\mathcal{O},a,b\in\mathcal{O}_{\mathcal{K}},C,D\in sub(\mathcal{K})$和 $R\in\mathcal{R}_{\mathcal{K}}$,满足以下性质:

(1) $\mathcal{L}(d)$中不存在两共轭隶属度三元组;

(2) $\mathcal{L}(d)$中不存在以下的错误三元组:$\langle\perp,\geq,n\rangle(n>0),\langle\neg\perp,\leq,n\rangle(n<1),\langle\perp,>,n\rangle,\langle\neg\perp,<,n\rangle,\langle C,<,0\rangle$和$\langle C,>,1\rangle$,且 $E(R)$中不含有$\langle\langle d,d'\rangle,>,1\rangle$和$\langle\langle d,d'\rangle,<,0\rangle$;

(3) 若 $C\sqsubseteq D\in\mathcal{T}$,则必有 $n\in S$, $\mathcal{L}(d)$中存在三元组$\langle C,\leq,n\rangle$和$\langle D,\geq,n\rangle$;

(4) 若$\langle\neg A,\rhd\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\langle A,\rhd\lhd^-,1-n\rangle\in\mathcal{L}(d)$;

(5) 若$\langle C\sqcap D,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\langle C,\rhd,n\rangle$和$\langle D,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$;

(6) 若$\langle C\sqcap D,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\langle C,\lhd,n\rangle$或$\langle D,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$;

(7) 若$\langle C\sqcup D,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\langle C,\rhd,n\rangle$或$\langle D,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$;

(8) 若$\langle C\sqcup D,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\langle C,\lhd,n\rangle$和$\langle D,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$;

(9) 若$\langle\forall R.C,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d),\langle\langle d,d'\rangle,\rhd',m\rangle\in\mathcal{E}(R)$且$\langle\rhd',m\rangle$与$\langle\rhd^-,1-n\rangle$共轭,则$\langle C,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d')$;

(10) 若$\langle\forall R.C,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则必存在$\mathcal{O}$中节点 d',满足$\langle\langle d,d'\rangle,\lhd^-,1-n\rangle\in\mathcal{E}(R)$且$\langle C,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d')$;

(11) 若$\langle\exists R.C,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则必存在$\mathcal{O}$中节点 d',满足$\langle\langle d,d'\rangle,\rhd,n\rangle\in\mathcal{E}(R)$且$\langle C,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d')$;

(12) 若$\langle\exists R.C,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d),\langle\langle d,d'\rangle,\rhd',m\rangle\in\mathcal{E}(R)$且$\langle\rhd',m\rangle$与$\langle\lhd,n\rangle$共轭,则$\langle C,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d')$;

(13) 若$\langle\geq pR,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\#\{d'|\langle\langle d,d'\rangle,\rhd,n\rangle\in\mathcal{E}(R)\}\geq p$;

(14) 若$\langle\geq pR,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\#\{d'|\langle\langle d,d'\rangle,\rhd_i,n_i\rangle\in\mathcal{E}(R),\langle\rhd_i,n_i\rangle$与$\langle\lhd,n\rangle$共轭$\}\leq p-1$;

(15) 若$\langle\leq pR,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\#\{d'|\langle\langle d,d'\rangle,\rhd_i,n_i\rangle\in\mathcal{E}(R),\langle\rhd_i,n_i\rangle$与$\langle\rhd^-,1-n\rangle$共轭$\}\leq p$;

(16) 若$\langle\leq pR,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\#\{d'|\langle\langle d,d'\rangle,\lhd^-,1-n\rangle\in\mathcal{E}(R)\}\geq p+1$;

(17) 若 $a:C\rhd\lhd n\in\mathcal{A}$,则$\langle C,\rhd\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(\mathcal{V}(a))$;

(18) 若$\langle a,b\rangle:R\rhd\lhd n\in\mathcal{A}$,则$\langle\langle\mathcal{V}(a),\mathcal{V}(b)\rangle,\rhd\lhd,n\rangle\in\mathcal{E}(R)$;

(19) 若 $a\neq b\in\mathcal{A}$,则$\mathcal{V}(a)\neq\mathcal{V}(b)$.

性质(1)和性质(2)保证离散 Tableau 中不含有冲突:显然,由共轭对的定义,不存在 S 约束下的离散解释满足两共轭隶属度三元组;而性质(2)中的错误三元组则是任何解释都不能满足的.性质(3)处理一般术语公理 $C\sqsubseteq D$,这里扩展“猜测”技术:由于离散解释中所有隶属度都属于 S,对于节点 d,猜测 d 属于 C 和 D 的隶属度分别为 n 和 m,显然,$n,m\in S$ 且 $n\leq m$.由猜测结果,应在$\mathcal{L}(d)$中增加$\langle C,\leq,n\rangle,\langle C,\leq,n\rangle,\langle D,\geq,m\rangle,\langle D,\leq,m\rangle$.这里只在$\mathcal{L}(d)$中增加$\langle C,\leq,n\rangle$和$\langle D,\geq,n\rangle$,该简化的正确性将由定理 7 保证.性质(4)~性质(16)是离散 Tableau 完备性和正确性的保证,如性质(4):$\langle\neg A,\rhd\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$\langle A,\rhd\lhd^-,1-n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,该性质保证可用共轭对的方法发现冲突.在性质(13)~性质(16)中,对于集合 Q,采用$\#Q$ 表示 Q 的势.性质(17)~性质(19)保证个体映射$\mathcal{V}()$的正确性.

定理 7. 对于知识库$\mathcal{K}=\langle T,A\rangle$,其离散隶属度集合的集合 $S_{\mathcal{K}}$ 和任意 $S_{\mathcal{K}}$ 中 S,$\mathcal{K}$具有 S 约束下的离散模型,当且仅当存在 S 约束下$\mathcal{K}$的离散 Tableau.

证明:(充分性)假设存在 S 约束下$\mathcal{K}$的离散 Tableau $T=\langle\mathcal{O},\mathcal{L},\mathcal{E},\mathcal{V}\rangle$,$S$ 约束下$\mathcal{K}$的离散模型$\mathcal{I}^*=\langle\Delta^{\mathcal{I}^*},\cdot^{\mathcal{I}^*}\rangle$可如下构造:

(1) 解释的领域 $\Delta^{\mathcal{I}^*}$ 定义为 $\Delta^{\mathcal{I}^*}=\mathcal{O}$.

(2) $\mathcal{A}$中的个体解释定义为 $a^{\mathcal{I}^*}=\mathcal{V}(a)$.

(3) 任意原子概念 A 和原子关系 R 的解释 $A^{\mathcal{I}^*}$ 和 $R^{\mathcal{I}^*}$ 定义为:对于领域 $\Delta^{\mathcal{I}^*}$ 上元素 d,d',

$$A^{\mathcal{I}^*}(d)=\max\{\max\{n|\langle A,\geq,n\rangle\in\mathcal{L}(d)\},g(h(\max\{m|\langle A,>,m\rangle\in\mathcal{L}(d)\})+1),0\},$$

$$R^{\mathcal{I}^*}(d,d')=\max\{\max\{n|\langle\langle d,d'\rangle,\geq,n\rangle\in\mathcal{E}(R)\},g(h(\max\{m|\langle\langle d,d'\rangle,>,m\rangle\in\mathcal{E}(R)\})+1),0\}.$$

当$\langle A,\triangleright\triangleleft,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$时,它表示$d$所代表的个体属于概念$A$的隶属度$\triangleright\triangleleft n$.显然,$A^{\mathcal{I}^*}(d)$即$d$属于$A$的隶属度应大于等于$\{n|\langle A,\ge,n\rangle\in\mathcal{L}(d)\}$中的最大值$n_{\max}$和大于$\{m|\langle A,>,m\rangle\in\mathcal{L}(d)\}$中的最大值$m_{\max}$,由$A^{\mathcal{I}^*}(d)$取值属于离散集合$S$, $A^{\mathcal{I}^*}(d)>m_{\max}$等价于大于等于$S$中标号比$m_{\max}$大1的元素$g(h(m_{\max})+1)$.这里,取$A^{\mathcal{I}^*}(d)$为满足大于等于$n_{\max}$和$g(h(m_{\max})+1)$的最小元素,当$n_{\max}$和$m_{\max}$都不存在时,取$A^{\mathcal{I}^*}(d)=0$. $R^{\mathcal{I}^*}(d,d')$取值的方法相似.以下证明该定义的可行性:只需证明$m_{\max}<1$,这样,$g(h(m_{\max})+1)$的取值才有意义.由Tableau性质(2),$1\notin\{m|\langle A,>,m\rangle\in\mathcal{L}(d)\}$,显然,$m_{\max}=\max\{m|\langle A,>,m\rangle\in\mathcal{L}(d)\}<1$.

(4) 对于复杂概念C,基于$A^{\mathcal{I}^*}()$和$R^{\mathcal{I}^*}()$, $C^{\mathcal{I}^*}()$可递归定义得到.

由定义可知以下性质成立:

(1) 任意$\langle A,\triangleright\triangleleft,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$ $A^{\mathcal{I}^*}(d)\triangleright\triangleleft n$.由$A^{\mathcal{I}^*}(d)$的定义,只有3种取值:$n_{\max}$,$g(h(m_{\max})+1)$和0.对于任何$\langle A,\triangleright,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,显然$A^{\mathcal{I}^*}(d)\triangleright n$成立;而对于任何$\langle A,\triangleleft,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,这里仅讨论≤的情况,若$A^{\mathcal{I}^*}(d)\le n$不成立,即$A^{\mathcal{I}^*}(d)>n$.若$A^{\mathcal{I}^*}(d)$是$n_{\max}$或$g(h(m_{\max})+1)$,则$\mathcal{L}(d)$存在共轭三元组$\langle A,\ge,n_{\max}\rangle$与$\langle A,\le,n\rangle$或$\langle A,>,m_{\max}\rangle$与$\langle A,\le,n\rangle$,这与Tableau性质(1)矛盾;如$A^{\mathcal{I}^*}(d)=0$,由$0>n$与$n\in[0,1]$矛盾.所以,当≤时结论仍然成立,<的情况类似.类似可证:对于复杂概念C,$\langle C,\triangleright\triangleleft,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$, $C^{\mathcal{I}^*}(d)\triangleright\triangleleft n$.

(2) 证明$\mathcal{I}^*$满足$\mathcal{K}$.

对于$\mathcal{T}$中一般术语公理$C\sqsubseteq D$,由Tableau性质(3),任意$d\in\Delta^{\mathcal{I}^*}$,存在$n\in S$满足$\langle C,\le,n\rangle$和$\langle D,\ge,n\rangle\in\mathcal{L}(d)$,则$C^{\mathcal{I}^*}(d)\le n$和$D^{\mathcal{I}^*}(d)\ge n$成立,所以$\mathcal{I}^*$满足$C\sqsubseteq D$.

对于$\mathcal{A}$中声明$a:C\triangleright\triangleleft n$,$\langle a,b\rangle:R\triangleright\triangleleft n$和$a\ne b$.由性质(17),$\langle C,\triangleright\triangleleft,n\rangle\in\mathcal{L}(\mathcal{V}(a))$成立,则$C^{\mathcal{I}^*}(\alpha^{\mathcal{I}^*})\triangleright\triangleleft n$,即$\mathcal{I}^*$满足$a:C\triangleright\triangleleft n$.其他证明类似.

(3) 任意原子概念A和原子关系R的解释$A^{\mathcal{I}^*}()$和$R^{\mathcal{I}^*}()$的值域为S,显然,$\mathcal{I}^*$中任意隶属度$C^{\mathcal{I}^*}(d)$和$R^{\mathcal{I}^*}(d,d')$属于S.

综上所述,$\mathcal{I}^*$是S约束下$\mathcal{K}$的离散模型. □

3.2 离散Tableau的构建算法

由定理6和定理7,S约束下$\mathcal{K}$的离散Tableau的构造算法可被视为知识库$\mathcal{K}$可满足性问题的推理算法.该算法采用S约束下的森林表示离散Tableau,S约束下的森林由根节点为ABox中个体对应节点的树构成.与离散Tableau相同,节点x被标记为$\mathcal{L}(x)\subseteq M=\mathrm{sub}(\mathcal{K})\times\{\ge,>,\le,<\}\times S$;此外,边$\langle x,y\rangle$也被标记为$\mathcal{L}(\langle x,y\rangle)\subseteq P=R_{\mathcal{K}}\times\{\ge,>,\le,<\}\times S$,并增加特殊边集$S^{\ne}$来表示森林一定不相同的节点对.

Tableau算法初始化为一组根节点:$\{x_a|a\in O_{\mathcal{K}}\}$,$x_a$是$a$的对应节点,$\mathcal{L}(x_a)=\{\langle C,\triangleright\triangleleft,n\rangle|a:C\triangleright\triangleleft n\in\mathcal{A}\}$.此外,标记边$\langle x_a,x_b\rangle$为$\mathcal{L}(\langle x_a,x_b\rangle)=\{\langle R,\triangleright\triangleleft,n\rangle|\langle a,b\rangle:R\triangleright\triangleleft n\in\mathcal{A}\}$.$S^{\ne}=\{\langle x_a,x_b\rangle|a\ne b\in\mathcal{A}\}$.算法通过扩展规则来增加节点标签$\mathcal{L}(x)$或增加新的叶节点.在树的生长过程中,新的节点和边被$\exists_{\triangleright}$, $\forall_{\triangleleft}$, $\ge p_{\triangleright}$和$\ge p_{\triangleright}$规则加入.一个节点y被称为另一节点x的后继或x是y的前驱,当且仅当$\mathcal{L}(\langle x,y\rangle)\ne\varnothing$;进一步地,$y$是$x$的$R$后继,当且仅当$\langle R,\triangleright\triangleleft,n\rangle\in\mathcal{L}(\langle x,y\rangle)$.定义“祖先”关系是“前驱”关系的传递闭包.$x$被其祖先$y$阻塞,当且仅当$x$不是根节点且$\mathcal{L}(x)\subseteq\mathcal{L}(y)$.在规则的应用上,规定可增加节点的$\exists_{\triangleright}$, $\forall_{\triangleleft}$, $\ge p_{\triangleright}$和$\ge p_{\triangleright}$规则应用优先级最低,当其他规则都不起作用时,才可应用以上规则.该应用规则顺序保证在增加新叶节点前完成森林的预完备过程.在该过程以后,所有的初始边$\mathcal{L}(\langle x_a,x_b\rangle)$都可以忽略,因为在预完备过程中,边$\mathcal{L}(\langle x_a,x_b\rangle)$的相关信息都已被处理.以下只需关注森林中每棵树由根节点x_a出发独立生长.

Tableau 扩展规则.

KB 规则:

条件:$C\sqsubseteq D\in\mathcal{T}$,且没有$n\in S$满足$\langle C,\le,n\rangle$和$\langle D,\ge,n\rangle\in\mathcal{L}(x)$.

操作:取某一$n\in S$, $\mathcal{L}(x)\to\mathcal{L}(x)\cup\{\langle C,\le,n\rangle,\langle D,\ge,n\rangle\}$.

当x非阻塞时,应用以下扩展规则:

$\neg$规则:

条件:$\langle\neg A, \rhd\lhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$且$\langle A, \rhd\lhd^-, 1-n\rangle\notin \mathcal{L}(x)$.

操作: $\mathcal{L}(x)\rightarrow \mathcal{L}(x)\cup\{\langle A, \rhd\lhd^-, 1-n\rangle\}$.

$\sqcap^{\rhd}$规则:

条件:$\langle C\sqcap D, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$且$\langle C, \rhd, n\rangle$或$\langle D, \rhd, n\rangle\notin \mathcal{L}(x)$.

操作: $\mathcal{L}(x)\rightarrow \mathcal{L}(x)\cup\{\langle C, \rhd, n\rangle, \langle D, \rhd, n\rangle\}$.

$\sqcap^{\lhd}$规则:

条件:$\langle C\sqcap D, \lhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$且$\langle C, \lhd, n\rangle$和$\langle D, \lhd, n\rangle\notin \mathcal{L}(x)$.

操作:取某一 $DT\in\{\langle C, \lhd, n\rangle, \langle D, \lhd, n\rangle\}$, $\mathcal{L}(x)\rightarrow \mathcal{L}(x)\cup\{DT\}$.

$\sqcup^{\rhd}$规则:

条件:$\langle C\sqcup D, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$,$\langle C, \rhd, n\rangle$和$\langle D, \rhd, n\rangle\notin \mathcal{L}(x)$.

操作: 取某一 $DT\in\{\langle C, \rhd, n\rangle, \langle D, \rhd, n\rangle\}$, $\mathcal{L}(x)\rightarrow \mathcal{L}(x)\cup\{DT\}$.

$\sqcup^{\lhd}$规则:

条件:$\langle C\sqcup D, \lhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$,$\langle C, \lhd, n\rangle$或$\langle D, \lhd, n\rangle\notin \mathcal{L}(x)$.

操作: $\mathcal{L}(x)\rightarrow \mathcal{L}(x)\cup\{\langle C, \lhd, n\rangle, \langle D, \lhd, n\rangle\}$.

$\forall^{\rhd}$规则:

条件:$\langle\forall R.C, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$.存在 x 的 R 后继 y 满足$\langle R, \rhd', m\rangle\in \mathcal{L}(\langle x,y\rangle)$,且$\langle\rhd', m\rangle$与$\langle\rhd^-, 1-n\rangle$共轭,$\langle C, \rhd, n\rangle\notin \mathcal{L}(y)$.

操作: $\mathcal{L}(y)\rightarrow \mathcal{L}(y)\cup\{\langle C, \rhd, n\rangle\}$.

$\forall^{\lhd}$规则:

条件:$\langle\forall R.C, \lhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$.不存在 x 的 R 后继 y 满足$\langle R, \lhd^-, 1-n\rangle\in \mathcal{L}(\langle x,y\rangle)$且$\langle C, \lhd, n\rangle\in \mathcal{L}(y)$.

操作:增加一个新节点 z:$\langle R, \lhd^-, 1-n\rangle\in\mathcal{L}(\langle x,z\rangle)$且$\mathcal{L}(z)\rightarrow\{\langle C, \lhd, n\rangle\}$.

$\exists^{\rhd}$规则:

条件:$\langle\exists R.C, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$.不存在 x 的 R 后继 y 满足$\langle R, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(\langle x,y\rangle)$且$\langle C, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(y)$.

操作:增加一个新节点 z:$\langle R, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(\langle x,z\rangle)$且$\mathcal{L}(z)\rightarrow\{\langle C, \rhd, n\rangle\}$.

$\exists^{\lhd}$规则:

条件:$\langle\exists R.C, \lhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$.存在 x 的 R 后继 y 满足$\langle R, \rhd', m\rangle\in \mathcal{L}(\langle x,y\rangle)$,$\langle\rhd', m\rangle$与$\langle\lhd, n\rangle$共轭,$\langle C, \lhd, n\rangle\notin \mathcal{L}(y)$.

操作: $\mathcal{L}(y)\rightarrow \mathcal{L}(y)\cup\{\langle C, \lhd, n\rangle\}$.

$\geq p^{\rhd}$规则:

条件:$\langle\geq pR, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(x)$.不存在 x 的 p 个 R 后继 $y_1,y_2,\dots,y_p$ 满足$\langle R, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(\langle x,y_i\rangle)$且对于任意 $0\leq i<j\leq p$,$\langle y_i,y_j\rangle\in S^{\neq}$.

操作:增加 p 个新节点 $z_1,z_2,\dots,z_p$:加入$\langle R, \rhd, n\rangle\in \mathcal{L}(\langle x,z_i\rangle)$且 $0\leq i<j\leq p$,$\langle z_i,z_j\rangle\in S^{\neq}$.

$\geq p^{\lhd}$规则:

条件:$\langle\geq pR, \lhd, n\rangle\in \Lambda(x)$.存在 x 的 p 个 R 后继 $y_1,y_2,\dots,y_p$ 满足$\langle R, \rhd', m_i\rangle\in \mathcal{L}(\langle x,y_i\rangle)$,$\langle\rhd', m_i\rangle$与$\langle\lhd, n\rangle$共轭,且存在 $0\leq i<j\leq p$,满足$\langle y_i,y_j\rangle\notin S^{\neq}$.

操作:合并两节点 y_i 和 y_j, $\mathcal{L}(y_i)\rightarrow \mathcal{L}(y_i)\cup \mathcal{L}(y_j)$, $\mathcal{L}(\langle x,y_i\rangle)= \mathcal{L}(\langle x,y_i\rangle)\cup \mathcal{L}(\langle x,y_j\rangle)$;对于任意$\langle z,y_j\rangle\in S^{\neq}$,增加$\langle z,y_j\rangle\in S^{\neq}$;

$\mathcal{L}(\langle x,y_j\rangle)\rightarrow\varnothing$.

$\leq p^{\rhd}$规则:

条件:$\langle \le pR,\rhd,n\rangle\in\Lambda(x)$,存在 x 的 p+1 个 R 后继 $y_1,y_2,\ldots,y_{p+1}$ 满足$\langle R,\rhd',m_i\rangle\in\mathcal{L}(\langle x,y_i\rangle)$,$\langle\rhd',m_i\rangle$与$\langle\rhd^-,1-n\rangle$共轭,且存在 $0\le i<j\le p+1$,满足$\langle y_i,y_j\rangle\notin S^{\neq}$.

操作:合并两节点 y_i 和 y_j, $\mathcal{L}(y_i)\rightarrow\mathcal{L}(y_i)\cup\mathcal{L}(y_j)$, $\mathcal{L}(\langle x,y_i\rangle)=\mathcal{L}(\langle x,y_i\rangle)\cup\mathcal{L}(\langle x,y_j\rangle)$;任意$\langle z,y_j\rangle\in S^{\neq}$,增加$\langle z,y_j\rangle\in S^{\neq}$;

$\mathcal{L}(\langle x,y_j\rangle)\rightarrow\varnothing$.

$\le p^{\lhd}$规则:

条件:$\langle\le pR,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(x)$,不存在 x 的 p+1 个 R 后继 $y_1,y_2,\ldots,y_{p+1}$ 满足$\langle R,\lhd^-,1-n\rangle\in\Lambda(\langle x,y_i\rangle)$且对于任意 $0\le i<j\le p+1$,$\langle y_i,y_j\rangle\in S^{\neq}$.

操作:增加 p+1 个新节点 $z_1,z_2,\ldots,z_{p+1}$:加入$\langle R,\lhd^-,1-n\rangle\in\mathcal{L}(\langle x,z_i\rangle)$且 $0\le i<j\le p+1$,$\langle z_i,z_j\rangle\in S^{\neq}$.

一个森林 $\mathcal{F}_{\mathcal{K}}$ 包含一个冲突,当且仅当有以下两种情况:

(1) 存在 $\mathcal{F}_{\mathcal{K}}$ 中节点 x,它的标签中含有共轭三元组对或错误三元组:$\langle\bot,\ge,n\rangle(n>0)$,$\langle\neg\bot,\le,n\rangle(n<1)$,$\langle\bot,>,n\rangle$,$\langle\neg\bot,<,n\rangle$,$\langle C,<,0\rangle$和$\langle C,>,1\rangle$;或存在 $\mathcal{F}_{\mathcal{K}}$ 中节点对$\langle x,y\rangle$,$\mathcal{L}$中$\langle x,y\rangle$含有错误三元组:$\langle R,>,1\rangle$和$\langle R,<,0\rangle$.

(2) $\langle\ge pR,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(x)$,且存在 x 的 p 个后继 $y_1,y_2,\ldots,y_p$ 满足$\langle R,\rhd_i,m_i\rangle\in\mathcal{L}(\langle x,y_i\rangle)$,$\langle\rhd_i,m_i\rangle$与$\langle\lhd,n\rangle$共轭,且对于任意 $0\le i<j\le p$,$\langle y_i,y_j\rangle\in S^{\neq}$.

一个森林 $\mathcal{F}_{\mathcal{K}}$ 被称为是无冲突的,当且仅当它不包含冲突.一个森林 $\mathcal{F}_{\mathcal{K}}$ 是完备的,当且仅当任何扩展规则都不起作用.当算法可构建一个完备和无冲突的森林时,返回知识库$\mathcal{K}$可满足;否则,返回$\mathcal{K}$不可满足.

定理 8. 对于任意知识库$\mathcal{K}=\langle\mathcal{T},\mathcal{A}\rangle$,Tableau 算法终止,且算法的最坏复杂度为非确定 2 阶指数时间(2NEXPTIME).

证明:为便于表示,引入以下记号:$N=|\mathcal{A}|+|\mathrm{sub}(\mathcal{K})|$,$P_{\max}=\max\{p|\ge pR$ 或$\le pR\in\mathrm{sub}(\mathcal{K})\}$.

由算法中存在不确定规则(KB,$\sqcap^{\lhd}$,$\sqcup^{\rhd}$,$\le p^{\rhd}$和$\ge p^{\lhd}$规则).这里采用非确定性图灵机来模拟不确定规则的实现,如 KB 规则执行时,$C\sqsubseteq D\in\mathcal{T}$,且没有 $n\in S$ 满足$\langle C,\ge,n\rangle$和$\langle D,\le,n\rangle\in\mathcal{L}(x)$.KB 规则将当前的森林复制到$|S|$个并行计算带上,在第 i 个计算带上猜测 $n=g(i)$,操作$\mathcal{L}(x)\rightarrow\mathcal{L}(x)\cup\{\langle C,\ge,g(i)\rangle,\langle D,\le,g(i)\rangle\}$.由非确定性图灵机的可计算性与确定性图灵机等价,以下只需证明单计算带上森林应用规则的有限性:

(1) 森林中任意节点 x 的标签$\mathcal{L}(x)\subseteq M=\mathrm{sub}(K)\times\{\ge,>,\le,<\}\times S$,由$|S|=O(|\mathcal{A}|)$.$|\mathcal{L}(x)|=|M|=O(N^2)$.因为在节点上应用一次规则会增加节点标签,所以节点上应用规则数为 $O(N^2)$.

(2) 森林中树的数目等于原始 ABox 中的个体数目$|\mathcal{O}_{\mathcal{K}}|$.显然,$|\mathcal{O}_{\mathcal{K}}|=O(|\mathcal{A}|)=O(N)$.

(3) 由阻塞定义:当发现叶节点 x 被其祖先 y 阻塞时,树不再生长,所以,任意树中从根到叶节点的路径上,节点中最多有两个标签相同,所以路径上的节点数不超过 $O(2^{|M|})$.

(4) 令 $S_1(x)=\{\langle\exists R.C,\rhd,n\rangle|\langle\exists R.C,\rhd,n\rangle\in\mathcal{L}(x)\}$,$S_2(x)=\{\langle\forall R.C,\lhd,n\rangle|\langle\forall R.C,\lhd,n\rangle\in\mathcal{L}(x)\}$.由扩展规则,树中当前节点 x 的后继节点数最多为

$$|S_1(x)|+|S_2(x)|+\sum_{\langle\ge pR,\rhd,n\rangle\in L(x)}p+\sum_{\langle\le pR,\lhd,n\rangle\in L(x)}p=O(P_{\max}\times N).$$

由步骤(3)、步骤(4),森林中树深度为 $O(2^{|M|})$,树节点出度为 $O(P_{\max}\times N)$.因此,树的节点数为 $O((P_{\max}\times N)^{2^{|M|}+1})$.再由步骤(2),森林中仅含有 $O(N)$棵树,因而节点数为 $O(N\times(P_{max}\times N)^{2^{|M|}+1})$.由步骤(1),节点上规则应用的次数是 $O(N^2)$,则算法中任意并行计算带上应用 $O(N^3\times(P_{max}\times N)^{2^{|M|}+1})$次规则.即算法具有 2NEXPTIME 的执行上限. □

定理 9. 对于知识库$\mathcal{K}=\langle\mathcal{T},\mathcal{A}\rangle$,其离散隶属度集合的集合 $S_{\mathcal{K}}$ 和任意 $S_{\mathcal{K}}$ 中 S,$\mathcal{K}$存在 S 约束下$\mathcal{K}$的离散 Tableau,当且仅当 Tableau 算法可构成一个完备和无冲突 S 约束下的森林.

证明:(必要性)假设存在 S 约束下$\mathcal{K}$的离散 Tableau $\mathcal{T}=\langle\mathcal{O},\mathcal{L}^*,\mathcal{E},\mathcal{V}\rangle$.以下要递归证明算法构建的森林群(当不确定规则应用时,单个森林会被复制多份并行计算,称所有计算带上的森林组成森林群)中总存在一个森林$\mathcal{F}$和$\mathcal{F}$中节点向$\mathcal{T}$中节点的映射函数$\pi()$,满足:

(1) 对于任意 $\mathcal{F}_{\mathcal{K}}$ 中节点 x, $\mathcal{L}(x)\subseteq\mathcal{L}^*(\pi(x))$,即森林中节点的标记属于对应 Tableau 节点的标记;

(2) 对于任意 $\mathcal{F}_{\mathcal{K}}$ 中节点 x,y, $\mathcal{L}(\langle x,y\rangle)\subseteq\{\langle R,\rhd\lhd,n\rangle|\langle\langle\pi(x),\pi(y)\rangle,\rhd\lhd,n\rangle\in\mathcal{E}(R)\}$.

(3) 对于任意$\langle x,y\rangle\in S^{\neq}$,$\pi(x)\neq\pi(y)$.

称满足以上条件的森林$\mathcal{F}$和映射函数$\pi()$为可满足森林和其可满足映射.森林初始化时加入根节点$\{x_a\}$且$\mathcal{F}(x_a)=\{\langle C,\triangleright\triangleleft,n\rangle|a:C\triangleright\triangleleft n\in\mathcal{A}\}$.标记边$\langle x_a,x_b\rangle$为$\mathcal{F}(\langle x_a,x_b\rangle)=\{\langle R,\triangleright\triangleleft,n\rangle|\langle a,b\rangle:R\triangleright\triangleleft n\in\mathcal{A}\}$.$S^{\neq}=\{\langle x_a,x_b\rangle|a\neq b\in\mathcal{A}\}$.记初始化后的森林为$\mathcal{F}_0$,并定义根节点映射,$\pi(x_a)=\mathcal{V}(a)$,显然,$\mathcal{F}_0$和$\pi()$为可满足森林及其可满足映射.

KB 规则:$C\sqsubseteq D\in\mathcal{T}$,且没有$n\in S$满足$\langle C,\geq,n\rangle$和$\langle D,\leq,n\rangle\in\mathcal{L}(x)$.由离散 Tableau 的性质(3),在$\mathcal{L}^*(\pi(x))$中存在三元组对$\langle C,\leq,n_0\rangle$和$\langle D,\geq,n_0\rangle$.由并行计算,总有某一计算带上的后继森林$\mathcal{F}^*$在$\mathcal{L}(x)$中增加的恰好是三元组对$\langle C,\leq,n_0\rangle$和$\langle D,\geq,n_0\rangle$,显然,增加后的$\mathcal{L}(x)\subseteq\mathcal{L}^*(\pi(x))$,则应用 KB 规则必产生一个新的该森林$\mathcal{F}^*$和节点映射$\pi^*()$满足以上 3 条件,为可满足森林及其可满足映射.其他规则的证明类似.

由以上证明,每次规则执行后总存在可满足森林和对应可满足映射函数.由定理 8 算法可终止,则算法终止时总存在一个完备的森林$\mathcal{F}_e$和可满足映射$\pi_e()$.容易证明,Φ_e是无冲突的. □

4 相关工作

随着国内语义 Web 研究的兴起,国内学者近年来也开展了对描述逻辑的研究.文献[10]提出了一种动态描述逻辑,弥补了经典描述逻辑作为语义 Web 逻辑基础的不足.文献[11]在动态描述逻辑的基础上提出了一种智能主体的心智状态模型.文献[12]以描述逻辑为主要框架,对单调逻辑和非单调逻辑进行了整合,提出了一种新的带缺省推理的描述逻辑.文献[13]在多主体系统中应用描述逻辑,利用描述逻辑清晰的模型语义和有效的概念分层推理实现高效的服务匹配.文献[14]提出语义 Web 规则标记语言 OWLRule+,在语义上扩展描述逻辑的表示能力.文献[15]提出对描述逻辑 ALNUI 的模糊化推广,提出模糊描述逻辑 FALNUI,并用 FALNUI 来表示模糊 ER 模型.文献[16]引入模糊概念和模糊关系的截集表示模糊特性,提出了扩展模糊描述逻辑语言族,它们比模糊描述逻辑具有更强的表达能力,但文中没有给出具体的推理算法.文献[17]研究了支持数量约束的扩展模糊描述逻辑 EFALCN,证明 EFALCN 推理问题的复杂性为多项式空间完全,并提出 EFALCN 推理问题算法,证明该算法是正确且完备的,复杂性为多项式空间.文献[18]在 FALC 的基础上通过定义模糊关系层次和逆关系提出了模糊描述逻辑 FSHI,并设计实现 FSHI 知识库推理的离散 Tableau 算法.

5 结束语

随着语义 Web 研究的深入,作为语义 Web 逻辑基础的描述逻辑受到越来越多的研究者的关注.模糊描述逻辑是描述逻辑的模糊扩展,模糊描述逻辑的相关研究对语义 Web 上模糊知识表示具有重要意义.一般术语公理下的推理问题是模糊描述逻辑中亟需解决的热点问题.本文提出一种在一般术语公理下实现推理的离散 Tableau 算法,该方法基于模糊解释的离散化过程.文中证明了该离散化过程的模型不变性:如原模糊解释是知识库的模型,转化后的解释仍是知识库的模型.未来的工作将把模糊解释的离散化扩展到更复杂的模糊描述逻辑中,并判断模型不变性是否成立,若成立则扩展当前离散 Tableau 算法,以实现更复杂的模糊描述逻辑推理.

References:

[1] Baader F, Calvanese D, McGuinness DL, Nardi D, Patel-Schneider PF. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation, and Applications. Cambridge University Press, 2003.

[2] Horrocks I, Patel-Schneider PF. Reducing OWL entailment to description logic satisfiability. In: Ensel D, Sycara D, Mylopoulos D, eds. Proc. of the 2003 Int'l Semantic Web Conf. (ISWC 2003). Berlin: Springer-Verlag, 2003. 17−29.

[3] Straccia U. A fuzzy description logic. In: Proc. of the AAAI-98, the 15th National Conf. on Artificial Intelligence. 1998. 594−599. http://faure.isti.cnr.it/~straccia/download/papers/UAI05/UAI05.pdf

[4] Hölldobler S, Störr H P, Khang T D. The fuzzy description logic ALCFH with hedge algebras as concept modifiers. Int'l Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, 2003,7(3):294−305

[5] Sanchez D, Tettamanzi G. Generalizing quantification in fuzzy description logic. In: Proc. of the 8th Fuzzy Days. 2004. http://www.springerlink.com/index/56km50g05k43n03n.pdf

[6] Straccia U. Towards a fuzzy description logic for the semantic Web. In: Proc. of the 2nd European Semantic Web Conf., 2005. http://gaia.isti.cnr.it/~straccia/download/papers/ESWC05/ESWC05.pdf

[7] Stoilos G, Stamou G, Tzouvaras V, Pan J, Horrocks I. Fuzzy OWL: Uncertainty and the semantic Web. In: Proc. of the Int’l Workshop of OWL: Experiences and Directions. 2005. http://www.image.ece.ntua.gr/php/savepaper.php?id=398

[8] Stoilos G, Stamou G, Tzouvaras V, Pan J, Horrocks I. The fuzzy description logic SHIN. In: Paulo-Cesar GDC, Kathryn BL, Kenneth JL, Michael P, eds. Proc. of Int’l Workshop of OWL: Experiences and Directions. Aachen: CEUR-WS.org Publishers, 2005. 67−76.

[9] Horrocks, I, Sattler U. A description logic with transitive and inverse roles and role hierarchies. Journal of Logic and Computation, 1999,9:385−410.

[10] Shi ZZ, Dong MK, Jiang YC, Zhang HJ. Logic base of semantic Web. Science in China (Series E): Information Sciences, 2004,34(10): 1123−1138 (in Chinese with English abstract).

[11] Dong MK, Zhang HJ, Shi ZZ. An agent model based on dynamic description logic. Journal of Computer Research and Development, 2004,41(5):780−786 (in Chinese with English abstract).

[12] Dong MK, Jiang YC, Shi ZZ. A description logic with default reasoning. Chinese Journal of Computers, 2003,26(6):729−736 (in Chinese with English abstract).

[13] Shi ZZ, Jiang YC, Zhang HJ, Dong MK. Agent service matchmaking based on description logic. Chinese Journal of Computers, 2004,27(5):625−634 (in Chinese with English abstract).

[14] Liang SF, Hong Y, Li MS. Design and implementation of a semantic web rule markup language OWLRule+. Journal of Computer Research and Development, 2004,41(7):1088−1096 (in Chinese with English abstract).

[15] Jiang YC, Tang Y, Wang J. Fuzzy ER modeling with description logics. Journal of Software, 2006,17(1):20−30 (in Chinese with English abstract). http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/20.htm

[16] Li YH, Xu BW, Lu JJ, Kang DZ, Wang P. A family of extended fuzzy description logics. In: Proc. of the IEEE 29th Annual Int’l Computer Software and Applications Conf. 2005. 221−226. http://www.computer.org/portal/site/store/menuitem.41cf17dc879177c86ee948ce8bcd45f3/index.jsp?&pName=store_level1&path=store/p2005&file=p2413.xml&xsl=generic.xsl&

[17] Li YH, Xu BW, Lu JJ, Kang DZ. On the computational complexity of the extended fuzzy description logic with numerical constraints. Journal of Software, 2006,17(5):968−975 (in Chinese with English abstract). http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/968.htm

[18] Li YH, Xu BW, Lu JJ, Kang DZ. Discrete Tableau algorithms for FSHI. In: Proc. of the 2006 Int’l Workshop on Description Logics-DL2006. ftp.informatik.rwth-aachen.de/Publications/CEUR-WS/Vol-189/submission_14.pdf

附中文参考文献:

[10] 史忠植,董明楷,蒋运承,张海俊.语义 Web 的逻辑基础.中国科学(E 辑):信息科学,2004,34(10):1123−1138.

[11] 董明楷,张海俊,史忠植.基于动态描述逻辑的主体模型.计算机研究与发展,2004,41(5):780−786.

[12] 董明楷,蒋运承,史忠植.一种带缺省推理的描述逻辑.计算机学报,2003,26(6):729−736.

[13] 史忠植,蒋运承,张海俊,董明楷.基于描述逻辑的主体服务匹配.计算机学报,2004,27(5):625−634.

[14] 梁晟付,弘宇,李明树.语义 Web 规则标记语言 OWLRule+的设计与实现.计算机研究与发展,2004,41(7):1088−1096.

[15] 蒋运承,汤庸,王驹.基于描述逻辑的模糊 ER 模型.软件学报,2006,17(1):20−30. http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/20.htm

[17] 李言辉,徐宝文,陆建江,康达周.支持数量约束的扩展模糊描述逻辑.软件学报,2006,17(5):968−975. http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/968.htm

李言辉(1981－),男,山东阳谷人,博士生,主要研究领域为语义 Web.

陆建江(1968－),男,博士,副教授,主要研究领域为语义 Web,数据挖掘.

徐宝文(1961－),男,博士,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为软件工程,知识与信息获取技术.

康达周(1980－),男,博士生,主要研究领域为语义 Web.