

## 支持数量约束的扩展模糊描述逻辑复杂性研究<sup>\*</sup>

李言辉<sup>1,2</sup>, 徐宝文<sup>1,2+</sup>, 陆建江<sup>1,2,3</sup>, 康达周<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(东南大学 计算机科学与工程系,江苏 南京 210096)

<sup>2</sup>(江苏省软件质量研究所,江苏 南京 210096)

<sup>3</sup>(解放军理工大学 指挥自动化学院,江苏 南京 210007)

### On Computational Complexity of the Extended Fuzzy Description Logic with Numerical Restriction

LI Yan-Hui<sup>1,2</sup>, XU Bao-Wen<sup>1,2+</sup>, LU Jian-Jiang<sup>1,2,3</sup>, KANG Da-Zhou<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(Department of Computer Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

<sup>2</sup>(Jiangsu Institute of Software Quality, Nanjing 210096, China)

<sup>3</sup>(Institute of Command Automation, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-25-83793977, Fax: +86-25-83689779, E-mail: bwxu@seu.edu.cn, <http://cse.seu.edu.cn/labs/adalab/>

**Li YH, Xu BW, Lu JJ, Kang DZ. On computational complexity of the extended fuzzy description logic with numerical restriction. *Journal of Software*, 2006,17(5):968–975. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/968.htm>**

**Abstract:** Extended fuzzy description logic EFALCN (extended fuzzy attributive concept description language with complements and unqualified number restriction) is the fuzzy extension of the description logic with numerical restriction ALCN (attributive concept description language with complements and unqualified number restriction), but it lacks of reasoning algorithms and complexity analysis for reasoning tasks. In this paper, a constraint-propagation based tableau algorithm is proposed, and it is proved that this algorithm can be executed in PSPACE (polynomial space). For there is a polynomial time reduction that can reduce ALCN reasoning tasks into EFALCN reasoning tasks and ALCN reasoning tasks are PSPACE-complete, EFALCN reasoning tasks are PSPACE-hard. Thus, it can be proved that the EFALCN reasoning tasks are PSPACE-complete.

**Key words:** fuzzy; description logic; semantic Web; numerical restriction; knowledge representation

**摘要:** 扩展模糊描述逻辑 EFALCN(extended fuzzy attributive concept description language with complements and unqualified number restriction)是支持数量约束的描述逻辑 ALCN 的模糊扩展,但该逻辑的推理问题缺乏相应的算法和复杂性证明.提出 EFALCN 推理问题基于约束传播的 Tableau 算法,并证明该算法可在 PSPACE (polynomial space)约束下执行.由 ALCN(attributive concept description language with complements and unqualified number restriction)的推理问题可多项式时间归约到 EFALCN 推理问题,且 ALCN 的推理问题是

---

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.60373066, 60425206, 90412003 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.2002CB312000 (国家重点基础研究发展规划(973)); the National Research Foundation for the Doctoral Program of Higher Education of China under Grant No.20020286004 (高等学校博士学科点专项科研基金)

Received 2005-06-07; Accepted 2005-11-08

PSPACE-complete 问题.所以,EFALCN 推理问题是 PSPACE-hard 问题.综上所述,EFALCN 推理问题是 PSPACE-complete 问题.

关键词: 模糊;描述逻辑;语义 Web;数量约束;知识表示

中图法分类号: TP18 文献标识码: A

语义 Web 是当前 Web 的扩展,它赋予 Web 资源信息机器可理解的语义,从而更好地实现 Web 资源信息的智能化处理.语义 Web 上的应用需要处理模糊信息,而作为语义 Web 逻辑基础的描述逻辑只能处理精确概念和精确关系<sup>[1]</sup>.描述逻辑模糊化是解决经典描述逻辑表示能力不足的有效方法.Meghini 等人提出一种初步的模糊描述逻辑作为多媒体信息检索的建模工具<sup>[2]</sup>,但该逻辑缺乏推理算法.Straccia 扩展描述逻辑 ALC(attributive concept description language with complements)提出模糊 ALC(FALC)<sup>[3]</sup>.该逻辑结合模糊逻辑和描述逻辑的特性.Straccia 给出 FALC 的基于约束传播机制的推理算法,并证明 FALC 推理问题的复杂性.但是,FALC 仅提供了有限的模糊表示能力,不能表示复杂的模糊信息.在文献[4]中,我们通过引入模糊概念和模糊关系的截集表示模糊特性,提出了扩展模糊描述逻辑 EFALCN(extended fuzzy attributive concept description language with complements and unqualified number restriction);比较了 EFALCN 和 FALC,并证明了 EFALCN 具有更强的模糊信息表示能力,但文中未给出具体的推理算法.

国内近年来也开展了对描述逻辑的研究.文献[5]提出了一种动态描述逻辑,弥补了经典描述逻辑作为语义 Web 逻辑基础的不足.文献[6]在动态描述逻辑的基础上提出了一种智能主体的心智状态模型.文献[7]以描述逻辑为主要框架,对单调逻辑和非单调逻辑进行整合,提出了一种带缺省推理的描述逻辑.文献[8]在多主体系统中应用描述逻辑,利用描述逻辑清晰的模型语义和有效的概念分层推理实现高效的服务匹配.

### 1 扩展模糊描述逻辑

EFALCN 引入原子模糊概念(关系)的截集作为原子概念(关系).令  $A(R)$  为原子模糊概念(关系),原子截概念(截关系)定义为  $A_{[n]}(R_{[n]}), n \in (0,1]$ ,称  $A(R)$  是  $[n]$  的前缀,  $[n]$  为  $A(R)$  的下标.EFALCN 模糊解释  $I = (\mathcal{A}', \cdot^I)$ ,  $\mathcal{A}'$  是论域,  $\cdot^I$  是解释函数.  $\cdot^I$  映射个体  $a$  为  $\mathcal{A}'$  中的元素  $a^I, A(R)$  为  $\mathcal{A}'(\mathcal{A}' \times \mathcal{A}')$  上的隶属度函数  $A^I(R^I): \mathcal{A}'(\mathcal{A}' \times \mathcal{A}') \rightarrow [0,1]$ ;而  $A_{[n]}$  和  $R_{[n]}$  解释为  $A^I$  和  $R^I$  的  $n$  截集.EFALCN 还支持复杂截概念.它们的语法、语义见表 1.

Table 1 EFALCN concept constructors  
表 1 EFALCN 概念构造子

Syntax	Semantics
$A_{[n]}$	$\{d   d \in \mathcal{A}' \wedge A^I(d,d) \geq n\}$
$R_{[n]}$	$\{(d,d')   d, d' \in \mathcal{A}' \wedge R^I(d,d') \geq n\}$
$\neg C_{\{n_1, \dots, n_k\}}$	$\mathcal{A}' \setminus (C_{\{n_1, \dots, n_k\}})^I$
$C_{\{n_1, \dots, n_k\}} \sqcap D_{\{n_{k+1}, \dots, n_l\}}$	$(C_{\{n_1, \dots, n_k\}})^I \cap (D_{\{n_{k+1}, \dots, n_l\}})^I$
$C_{\{n_1, \dots, n_k\}} \sqcup D_{\{n_{k+1}, \dots, n_l\}}$	$(C_{\{n_1, \dots, n_k\}})^I \cup (D_{\{n_{k+1}, \dots, n_l\}})^I$
$\exists R_{\{n_1\}} \cdot C_{\{n_2, \dots, n_k\}}$	$\{d \in \mathcal{A}'   \exists d' \in \mathcal{A}', R^I(d,d') \geq n_1 \wedge d' \in (C_{\{n_2, \dots, n_k\}})^I\}$
$\forall R_{\{n_1\}} \cdot C_{\{n_2, \dots, n_k\}}$	$\{d \in \mathcal{A}'   \forall d' \in \mathcal{A}', R^I(d,d') \geq n_1 \rightarrow d' \in (C_{\{n_2, \dots, n_k\}})^I\}$
$\geq NR_{[n]}$	$\{d   d \in \mathcal{A}',  \{d'   R^I(d,d') \geq n\}  \geq N\}$
$\leq NR_{[n]}$	$\{d   d \in \mathcal{A}',  \{d'   R^I(d,d') \geq n\}  \leq N\}$

表 1 中采用下标向量缩写形式来表示截概念,如  $\exists friend_{[0.7]}, Strong_{[0.9]}$  可缩写为  $\exists friend.Strong_{[0.7,0.9]}$ . 本文以下均用下标向量缩写形式表示截概念.

EFALCN 知识库  $\Sigma(T_E, A_E)$  由 TBox  $T_E$  和 ABox  $A_E$  组成.  $T_E$  中的公理表达式形式为  $B_{[n]} \sqsubseteq C_{\{f_1(n), \dots, f_k(n)\}}, n \in X, X$  是连通区间,且  $X \subseteq (0,1]$ ;  $f_i(n)$  是从  $X$  映射到  $(0,1]$  的线性函数.我们称  $\{f_1(n), \dots, f_k(n)\}$  为可变下标向量,  $C_{\{f_1(n), \dots, f_k(n)\}}$  ( $R_{\{f_1(n)\}}$ ) 为可变截概念(关系).解释  $I$  满足  $B_{[n]} \sqsubseteq C_{\{f_1(n), \dots, f_k(n)\}}, n \in X$ , 当且仅当对任意  $n_0 \in X, (B_{[n_0]})^I \subseteq (C_{\{f_1(n_0), \dots, f_k(n_0)\}})^I$  成立.  $I$  满足  $T_E$ , 当且仅当  $I$  满足  $T_E$  中所有的公理.令  $a, b$  为个体,  $C_{\{n_1, \dots, n_k\}}$  是截概念,  $R_{[n]}$  是截关系.  $A_E$  是形如

$a: C_{[n_1, \dots, n_k]}, (a, b): R_{[n]}$  或  $a \neq b$  的声明表达式的集合. 解释  $I$  满足声明  $a: C_{[n_1, \dots, n_k]}, (a, b): R_{[n]}$  或  $a \neq b$ , 当且仅当  $a^I \in (C_{[n_1, \dots, n_k]})^I, (a^I, b^I) \in (R_{[n]})^I$  或  $a^I \neq b^I$ .  $I$  满足  $A_E$ , 当且仅当  $I$  满足  $A_E$  中所有的声明. 解释  $I$  称为知识库的模型, 当且仅当  $I$  满足  $T_E$  和  $A_E$ .

知识库  $\Sigma_E(T_E, A_E)$  在表示模糊信息的基础上还支持一些推理问题: 1) 概念可满足性: 截概念  $C_{[n_1, \dots, n_k]}$  关于  $T_E$  可满足, 当且仅当存在解释  $I, I$  满足  $T_E$ , 且  $(C_{[n_1, \dots, n_k]})^I \neq \emptyset$ ; 2) ABox 一致性:  $A_E$  关于 TBox  $T_E$  是一致的, 当且仅当存在解释  $I, I$  满足  $A_E$  和  $T_E$ . 由于允许可变截概念, 因此, EFALCN 扩展概念可满足性为可变截概念的可满足区间问题: 对于可变截概念  $C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}$  和连通区间  $X_0 \subseteq (0, 1], f_i(n)$  是从  $X_0$  映射到  $(0, 1]$  的线性函数, 计算出  $X_0$  上的可满足和不可满足子区间. 对于任意  $n_0 \in X_0$ , 如果截概念  $C_{[f_1(n_0), \dots, f_k(n_0)]}$  关于 TBox  $T_E$  可满足, 则  $n_0$  属于可满足子区间, 否则,  $n_0$  属于不可满足子区间.

## 2 扩展模糊描述逻辑推理算法

本节给出在纯声明性知识库  $\Sigma_E(T_E, A_E)$  (即  $T_E$  为空) 下, 多项式空间的可满足区间的 Tableau 算法. 概念可满足性和 ABox 一致性问题可以采用类似的算法.

### 2.1 可满足区间的推理算法

对于可变截概念  $C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}$  和区间  $X_0$ , EFALCN 的 Tableau 算法从二元对  $(A_0 = \{x_0: C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}\}, X_0)$  出发, 称二元对  $(A, X)$  为可变 ABox,  $A$  为可变 ABox 的原型,  $X$  为可变 ABox 的区间. Tableau 算法应用约束传播机制, 将可变 ABox 上的约束传播到后继可变 ABox 上. 定义转化规则, 以实现可变 ABox 的约束传播过程.

对非封闭的可变 ABox  $(A, X)$  应用以下转化规则:

□规则:

条件:  $x: D_{[f_1(n), \dots, f_s(n)]} \sqcap E_{[f_{s+1}(n), \dots, f_t(n)]} \in A, x: D_{[f_1(n), \dots, f_s(n)]}$  或  $x: E_{[f_{s+1}(n), \dots, f_t(n)]} \notin A$ .

操作:  $(A^1, X) = (A \cup \{x: D_{[f_1(n), \dots, f_s(n)]}, x: E_{[f_{s+1}(n), \dots, f_t(n)]}\}, X)$ .

□规则:

条件:  $x: D_{[f_1(n), \dots, f_s(n)]} \sqcup E_{[f_{s+1}(n), \dots, f_t(n)]} \in A, x: D_{[f_1(n), \dots, f_s(n)]}, x: E_{[f_{s+1}(n), \dots, f_t(n)]} \notin A$ .

操作:  $(A^1, X) = (A \cup \{x: D_{[f_1(n), \dots, f_s(n)]}\}, X); (A^2, X) = (A \cup \{x: E_{[f_{s+1}(n), \dots, f_t(n)]}\}, X)$ .

∃规则:

条件:  $x: \exists R_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]} \in A, \forall y \in A, (x, y): R_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]} \notin A$  或  $y: D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_t(n)]} \notin A$ .

操作:  $(A^1, X) = (A \cup \{z: D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_t(n)]}, (x, z): R_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]}\}, X), z$  是新建的个体.

∀规则:

条件:  $x: \forall R_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]} \in A, (x, y): R_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]} \notin A$ . 应用比较函数:

$$(X^1, X^2) = \text{Comparison}(f_i(n), f_j(n), X), \text{且 } X^1 \neq \emptyset.$$

操作:  $(A^1, X) = (A \cup \{y: D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_t(n)]}\}, X^1)$ ; 当  $X^2 \neq \emptyset$  时,  $(A^2, X) = (A, X^2)$ .

¬规则:

条件:  $x: \neg B_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]}, x: B_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]} \in A, (X^1, X^2) = \text{Comparison}(f_i(n), f_j(n), X)$  且  $X^1 \neq \emptyset$ .

操作:  $(A^1, X) = (A, X^1)$ , 且声明  $(A^1, X)$  是封闭的; 当  $X^2 \neq \emptyset$  时,  $(A^2, X) = (A, X^2)$ .

≥规则:

条件:  $x: \geq NR_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]} \in A$ , 且不存在  $N$  个个体  $y_1, \dots, y_N$  满足对于任意  $1 \leq i \leq N, (x, y_i): R_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]} \in A$ , 任意  $i < j, y_i \neq y_j \in A$ .

操作:  $(A^1, X) = (A \cup \{(x, z_i): R_{[f_1(n), \dots, f_t(n)]} \mid 1 \leq i \leq N \text{ 且 } z_i \text{ 是新建的}\} \cup \{z_i \neq z_j \mid 1 \leq i < j \leq N\}, X)$ .

≤规则:

条件:  $x: \leq NR_{[f_0(n), \dots, f_k(n)]}, (x, y_i): R_{[f_{k_i}(n), \dots, f_{k_{N+1}}(n)]} \in A, 1 \leq i \leq N+1$ . 应用比较函数:

$$(X^1, X^2, X^3) = \text{Multi-Comparison}(f_{k_0}(n), f_{k_1}(n), \dots, f_{k_{N+1}}(n), X) \text{ 且 } X^2 \neq \emptyset.$$

操作:当  $X^1 \neq \emptyset$  或  $X^3 \neq \emptyset$  时,  $(A^2, X) = (A, X^2)$ ,  $(A^1, X) = (A, X^1)$  或  $(A^3, X) = (A, X^3)$ ;

当  $X^2 = X$  时:当存在  $y_i \neq y_j \notin A$  时,  $1 \leq i < j \leq N+1$ ,  $(A^i, X) = ([y_i/y_j]A, X)$  ( $[y_i/y_j]A$  是将  $A$  中所有  $y_i$  用  $y_j$  代替);否则,声明  $(A, X)$  是封闭的.

$\geq$ - $\leq$ 规则:

条件: $x: \leq MR_{[f_i(n)]}, x: \geq NR_{[f_j(n)]} \in A, N > M; (X^1, X^2) = Comparison(f_i(n), f_j(n), X)$  且  $X^1 \neq \emptyset$ .

操作: $(A^1, X) = (A, X^1)$ , 且声明  $(A^1, X)$  是封闭的;当  $X^2 \neq \emptyset$  时,  $(A^2, X) = (A, X^2)$ .

由于在  $X_0$  上下标函数间的大小关系变化会影响约束传播过程,规则中采用比较函数  $Comparison()$  和  $Multi-Comparison()$ . 它们的定义如下:  $(X^1, X^2) = Comparison(f_i(n), f_j(n), X)$ ,  $X^1$  是满足  $f_i(n) \leq f_j(n)$  的  $X$  子区间,  $X^2 = X \setminus X^1$ ;  $(X^1, X^2, X^3) = Multi-Comparison(f_0(n), f_1(n), \dots, f_{N+1}(n), X)$ ,  $X^2$  是满足  $f_0(n) \leq f_1(n), 1 \leq j \leq N+1$  的  $X$  子区间,  $X^1$  和  $X^3$  是  $X^2$  的左和右连通  $X$  子区间. Tableau 算法利用比较函数来分裂可变 ABox 的区间,动态地将  $X_0$  划分成不同的子区间,在划分确定后检查单个子区间上的可满足性,所有可满足的子区间的并集就是  $X_0$  的可满足子区间.

通过  $\exists$  规则和  $\geq$  规则产生的新个体被称为原个体的关系后继.具体地,当  $(x, y): R_{[f_i(n)]} \in A$  时,称  $y$  是  $x$  的  $R_{[f_i(n)]}$  后继.定义子孙关系是后继关系的传递闭包.在转化规则操作中产生的可变 ABox 被称为原可变 ABox 的后继.在应用规则时,可变 ABox  $(A, X)$  会产生多个后继.当前可变 ABox  $(A, X)$  的可满足区间等于多个后继可满足 ABox 区间的并集.因此,定义可变 ABox 的集合  $S$ ,以代替单个 ABox.转化规则作用于可变 ABox 集合  $S$ ,定义为作用于  $S$  中的某一可变 ABox,并用规则产生的后继代替该可变 ABox. Tableau 算法相应地以  $S_0 = \{(A_0, X_0)\}$  作为算法开始状态.以下给出一些描述算法终止条件的定义.

定义 1. 可变 ABox  $(A, X)$  是完备的,当且仅当所有的转化规则都不能作用在  $(A, X)$  上;可变 ABox  $(A, X)$  是非封闭的,当且仅当没有规则声明它是封闭的;可变 ABox  $(A, X)$  是开放的,当且仅当它是完备的和非封闭的;集合  $S$  是完备的,当且仅当  $S$  中所有的可变 ABox 是完备的.完备集合  $S$  的可满足区间  $Sat(S)$  定义为所有  $S$  中开放的可变 ABox 区间的并集:  $Sat(S) = \cup X_i, (A_i, X_i) \in S$  且  $(A_i, X_i)$  是开放的.

对于可变截概念  $C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}$  和区间  $n \in X_0$ , 可满足区间的 Tableau 算法完整过程如下: 1) Tableau 算法从  $S_0 = \{(x_0: C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}, X_0)\}$  开始; 2) 算法穷尽地对当前集合应用转化规则,记规则一次应用于  $S_i$  后得到的新集合为  $S_{i+1}$ . 因此,算法过程可用可变 ABox 集合  $S$  的顺序链表示:  $S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow \dots \rightarrow S_i \rightarrow S_{i+1} \rightarrow \dots$ ; 3) 算法检查当前的集合  $S_i$  是否完备,当  $S_i$  完备时,返回  $(X_{sat}, X_{unsat})$ , 其中可满足区间  $X_{sat} = Sat(S_i)$ , 不可满足区间  $X_{unsat} = X_0 \setminus X_{sat}$ .

### 2.2 正确性

定义 2. 对于任意(可变)截概念  $C_{[n_1, \dots, n_k]}$ , 定义长度  $Length(C_{[n_1, \dots, n_k]})$  为下标向量的维数,规模  $Size(C_{[n_1, \dots, n_k]})$  为写下  $C$  的字符数,例如  $Size(Tall \sqcap \exists friend. Tall_{[0.7, 0.8, 0.9]}) = 6$ .  $sub(C_{[n_1, \dots, n_k]})$  是所有子截概念的集合.

$$sub(C_{[n_1, \dots, n_k]}) = \{C_{[n_1, \dots, n_k]}\} \cup \begin{cases} sub(D_{[n_1, \dots, n_k]}), & \text{if } C_{[n_1, \dots, n_k]} = \neg D_{[n_1, \dots, n_k]} \\ sub(D_{[n_2, \dots, n_k]}), & \text{if } C_{[n_1, \dots, n_k]} = \exists R_{[n_1]} \cdot D_{[n_2, \dots, n_k]} \\ sub(D_{[n_2, \dots, n_k]}), & \text{if } C_{[n_1, \dots, n_k]} = \forall R_{[n_1]} \cdot D_{[n_2, \dots, n_k]} \\ sub(D_{[n_1, \dots, n_l]} \cup sub(E_{[n_{l+1}, \dots, n_k]}), & \text{if } C_{[n_1, \dots, n_k]} = D_{[n_1, \dots, n_l]} \sqcap E_{[n_{l+1}, \dots, n_k]} \\ sub(D_{[n_1, \dots, n_l]} \cup sub(E_{[n_{l+1}, \dots, n_k]}), & \text{if } C_{[n_1, \dots, n_k]} = D_{[n_1, \dots, n_l]} \cup E_{[n_{l+1}, \dots, n_k]} \\ \emptyset, & \text{otherwise} \end{cases}$$

显然,子截概念的数目,即  $|sub(C_{[n_1, \dots, n_k]})|$ , 小于等于  $Size(C_{[n_1, \dots, n_k]})$ .

定义 3. 定义可变 ABox 中声明  $a$  的长度  $Length(a)$ : 当  $a = x: D_{[f_i(n), \dots, f_j(n)]}$  时,  $Length(a) = Length(D_{[f_i(n), \dots, f_j(n)]})$ ; 否则,  $Length(a) = 1$ . 可变 ABox  $(A, X)$  的规模  $Length((A, X))$  定义为  $A$  中所有声明长度的总和. 声明  $a$  和可变 ABox  $(A, X)$  的规模  $Size(a)$  和  $Size((A, X))$  的定义类似.

定义 4. 对于任意区间  $X$  上的可变截概念  $D_{[f_i(n), \dots, f_j(n)]}$  和可变截关系  $R_{[f_j(n)]}$ , 当  $n_0 \in X$  时,相应地称截概念  $D_{[f_i(n_0), \dots, f_j(n_0)]}$  和截关系  $R_{[f_j(n_0)]}$  为  $D_{[f_i(n), \dots, f_j(n)]}$  和  $R_{[f_j(n)]}$  在  $n_0$  处的值,记作  $D_{[f_i(n), \dots, f_j(n)]}(n_0)$  和  $R_{[f_j(n)]}(n_0)$ . 对于任意可变 ABox  $(A, X)$ , 当  $n_0 \in X$  时,  $A(n_0)$  定义为将  $A$  中所有的可变截概念和可变截关系用它们在  $n_0$  处的值代替所成

的 ABox,称  $A(n_0)$  是 ABox( $A, X$ ) 在  $n_0$  处的值. 解释  $I$  满足 ABox( $A, X$ ) 在  $n_0$  处的值  $A(n_0)$ , 称  $I$   $n_0$ -满足( $A, X$ ), 记为  $I|_{n_0} = (A, X)$ . 显然, 对于任意封闭的可变 ABox( $A, X$ ) 和  $n_0 \in X$ , 不存在解释  $I, I$   $n_0$ -满足( $A, X$ ). 对于任意可变 ABox 集合  $S = \{(A_i, X_i) | i=1, \dots, k\}$ , 存在解释  $I$   $n_0$ -满足  $S$  中任一可变 ABox( $A_i, X_i$ ) 时, 记为  $I|_{n_0} = S$ , 称  $I$   $n_0$ -满足  $S$  或  $S$  是  $n_0$ -满足的.

**定理 1.** 对于算法中的可变 ABox 集合  $S$  的顺序链  $S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow \dots$  上的两个相邻集合  $S_i$  和  $S_{i+1}$ , 若  $S_i$  是  $n_0$ -满足的, 则  $S_{i+1}$  也是  $n_0$ -满足的.

证明: 假定  $S_i$  是  $n_0$ -满足的, 存在解释  $I$  和  $S_i$  中可变 ABox( $A_i, X_i$ ),  $I|_{n_0} = (A_i, X_i)$ . 可变 ABox( $A_i, X_i$ ) 是非封闭的, 且  $n_0 \in X_i$ . 当作用在  $S_i$  上的转化规则不是作用在 ( $A_i, X_i$ ) 上时, 显然,  $(A_i, X_i) \in S_{i+1}$ ,  $I|_{n_0} = S_{i+1}$ , 则  $S_{i+1}$  是  $n_0$ -满足的; 当该规则作用在 ( $A_i, X_i$ ) 上时, 对于规则作分类讨论. 这里只讨论  $\forall$  规则, 其他规则类似.

$\forall$  规则:  $A_i$  含有  $x: \forall R_{[f_i(n), \dots, f_i(n)]} \cdot D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}$  和  $(x, y): R_{[f_j(n)]}$ , 并不含有  $y: D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}$ .  $\forall$  规则根据比较函数的结果  $(X_i^1, X_i^2) = Comparison(f_i(n), f_j(n), X)$  处理 ( $A_i, X_i$ ). 显然,  $X_i^1 \neq \emptyset$ ,  $\forall$  规则生成新的可变 ABox ( $A_i^1, X_i^1$ ). 这里,  $A_i^1 = A_i \setminus \{y: D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}\}$ . 当  $n_0 \in X_i^1$  时, 由  $I|_{n_0} = (A_i, X_i)$ ,  $x^1 \in (\forall R_{[f_i(n), \dots, f_i(n)]} \cdot D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}(n_0))^1$ , 且  $(x^1, y^1) \in (R_{[f_j(n)]}(n_0))^1$ . 由在区间  $X_i^1$  上  $f_i(n) \leq f_j(n)$ ,  $(x^1, y^1) \in (R_{[f_j(n)]}(n_0))^1 \subseteq (R_{[f_i(n)]}(n_0))^1$ . 由定义,  $y^1 \in (D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}(n_0))^1$ .  $I$  满足  $y: D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}(n_0)$ . 所以,  $I|_{n_0} = (A_i^1, X_i^1)$ . 再由  $(A_i^1, X_i^1) \in S_{i+1}$ ,  $S_{i+1}$  是  $n_0$ -满足的, 当  $n_0 \in X_i^2$  时, 显然,  $X_i^2 \neq \emptyset$ .  $\forall$  规则生成新的可变 ABox( $A_i, X_i^2$ ). 由  $I|_{n_0} = (A_i, X_i)$  和  $n_0 \in X_i^2 \subseteq X_i$ ,  $I|_{n_0} = (A_i, X_i^2)$ . 再由  $(A_i, X_i^2) \in S_{i+1}$ ,  $S_{i+1}$  是  $n_0$ -满足.

**定理 2.** 对于任何输入  $(C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}, X_0)$ , 当  $n_0 \in X_0$  时,  $C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}(n_0)$  是可满足的充分必要条件是  $n_0 \in X_{sat}$ .

证明: (1) 必要性: 因为  $C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}(n_0)$  是可满足的, 所以  $S_0$  是  $n_0$ -满足的. 设算法终止于完备的可变 ABox 集合  $S_n$ . 由定理 1 可知,  $S_n$  也是  $n_0$ -满足的. 由定义,  $S_n$  中存在可变 ABox( $A_i, X_i$ ) 和解释  $I, I$  满足  $A_i(n_0)$  且  $n_0 \in X_i$ . 显然, ( $A_i, X_i$ ) 是非封闭的; ( $A_i, X_i$ ) 又是完备的. 因此, ( $A_i, X_i$ ) 是开放的. 所以,  $n_0 \in X_i \subseteq Sat(S_n) = X_{sat}$ .

(2) 充分性: 由  $n_0 \in X_{sat} = Sat(S_n)$  可知, 存在  $S_n$  中开放的可变 ABox( $A_i, X_i$ ), 且  $n_0 \in X_i$ .

定义  $B^+(x) = \max(\{f_i(n_0) | x: B_{[f_i(n)]} \in A_i\} \cup \{0\})$  和  $R^+(x, y) = \max(\{f_i(n_0) | (x, y): R_{[f_i(n)]} \in A_i\} \cup \{0\})$ .

以下利用  $B^+(x)$  和  $R^+(x, y)$  在  $A_i(n_0)$  上构造满足  $C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}(n_0)$  的解释  $I(A^1, I^1)$ : 1) 论域  $A^1$  是  $A_i(n_0)$  中所有个体的集合; 2) 解释函数  $I^1$  将个体解释为个体本身  $x^1 = x$ ; 3)  $I^1$  将原子模糊概念和原子模糊关系解释为  $B^1(x) = B^+(x)$ ,  $B^1(x, y) = R^+(x, y)$ ; 4) 截概念和截关系的解释在原子模糊概念和原子模糊关系解释的基础上递归定义. 以下用归纳法证明  $I(A^1, I^1)$  满足  $A_i(n_0)$ . 对于  $A_i(n_0)$  中的声明  $a$ :

1) 归纳基础: 当  $Length(a) = 1$  时, 声明  $a$  的形式只能是  $x: B_{[f_i(n)]}(n_0)$ ,  $x: \neg B_{[f_i(n)]}(n_0)$ ,  $x: \geq NR_{[f_i(n)]}(n_0)$ ,  $x: \leq NR_{[f_i(n)]}(n_0)$ ,  $(x, y): R_{[f_j(n)]}(n_0)$  和  $x \neq y$ . 这里证明  $x: \neg B_{[f_i(n)]}(n_0)$  的情况, 其他情况类似可证: 假设  $B^1(x) \geq f_i(n_0)$ , 由  $B^1(x)$  定义, 存在  $x: B_{[f_j(n)]}(n_0) \in A_i(n_0)$ ,  $f_j(n_0) \geq f_i(n_0)$ . 于是,  $x: \neg B_{[f_i(n)]}$  和  $x: B_{[f_j(n)]}$  在  $A_i$  中, 且  $f_j(n_0) \geq f_i(n_0)$ ,  $n_0 \in X_i$ . 显然,  $\neg$  规则可以作用在 ( $A_i, X_i$ ) 上, 与 ( $A_i, X_i$ ) 是开放的相矛盾. 所以,  $B^1(x) < f_i(n_0)$ ,  $x^1 \in (\neg B_{[f_i(n)]}(n_0))^1$ ,  $I$  满足  $a$ .

2) 归纳假设: 当  $Length(a) \leq L (L \geq 1)$  时,  $I$  满足  $a$ .

3) 归纳步骤: 当  $Length(a) = L + 1$  时, 声明  $a$  的形式只能是  $x: D_{[f_i(n), \dots, f_s(n)]} \sqcap (\sqcup) E_{[f_{s+1}(n), \dots, f_i(n)]}(n_0)$  和  $x: \exists (\forall) R_{[f_i(n)]} \cdot D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}(n_0)$ ,  $l - i + l = L + 1$ . 这里只证明  $x: \exists R_{[f_i(n)]} \cdot D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}(n_0)$  的情况, 其他情况类似可证: 由 ( $A_i, X_i$ ) 是开放的, 显然存在个体  $y$ , 满足  $y: D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}(n_0)$  和  $(x, y): R_{[f_i(n)]}(n_0)$  在  $A_i(n_0)$  中. 所以,  $I$  满足  $a$ .

由  $x_0: C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}(n_0)$  是  $A_i(n_0)$  中长度最长的声明, 所以  $A_i(n_0)$  中的声明长度有限. 根据步骤 1)~步骤 3),  $A_i(n_0)$  中所有的声明可被  $I$  满足. 由  $x_0: C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}(n_0)$  也被  $I$  满足, 所以  $C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}(n_0)$  是可满足的.

### 2.3 复杂性

对于任意输入, Tableau 算法显然是可终止的, 但算法会导致指数空间的最坏执行耗费: 1) 当输入中包含  $\geq NR_{[f_i(n)]}$  且  $N$  是多进制表示时,  $N$  是其位数的指数, 因此  $\geq$  规则会产生指数个后继个体; 2) 在算法执行过程中, 应用  $\exists$  规则在可变 ABox 中生成新个体数量可能累积到指数. 注意到, EFALCN 可变 ABox 中生成的个体具有树

状模型:树的根是  $x_0$ ,个体之间通过关系连接,当前节点的关系后继是当前节点的儿子.尽管树上的个体数目有指数个,但树的深度具有多项式约束,从而采用深度优先遍历的方法可节省空间耗费.同时,树上由  $\geq$  规则生成的个体约束是相同的,可遍历其中的某一个体分支作为代表,构建解释时再将该分支复制多份.根据以上的优化思想将转化规则改写,将改写后的规则记为 T 规则.T 规则和原规则的区别有 4 点:1) 加入当前个体的设定,转化规则只能作用在与当前个体有关的声明上;2) 增加对当前个体的设置规则;3) 改写  $\geq$  规则为  $T \geq$  规则, $T \geq$  规则只生成单一的代表性个体;4) 指定规则应用的优先级顺序,能够声明封闭的  $\neg$  规则和  $\geq$ - $\leq$  规则优先级最高, $\sqcap$  规则、 $\sqcup$  规则、 $\forall$  规则和  $\leq$  规则优先级次之,可生成新个体的  $\exists$  规则和  $T \geq$  规则优先级再次之,设置规则优先级最低,这样可以控制算法的执行.

设置规则:

条件: $A$  中包含当前个体  $x$  的关系后继  $y_1, \dots, y_l$ .

操作:在  $A$  中设置任意  $y_i$  为当前个体,  $1 \leq i \leq l$ .

$T \geq$  规则:

条件: $x: \geq NR_{[f_i(m)]} \in A, A$  中不包含任何  $x$  的  $R_{[f_i(m)]}$  后继.

操作: $(A^1, X) = (A \cup \{(x, z): R_{[f_i(m)]}\}, X)$ ,  $z$  是新建的个体.

在 T 规则下,当前个体  $x$  会生成多个关系后继,这是检查  $\leq$  数量约束的需要,但  $x$  仅有一个关系后继会被继续遍历,因此, T 规则仍然保证深度优先遍历.在算法过程中,可变 ABBox 中的实例数目多项式约束于树状模型的深度,从而 ABBox 中的实例数目具有多项式约束(详见后文定理 5).在 T 规则执行完毕时,还需要考虑深度遍历结果的还原以及对单一的代表性个体分支的复制.这些工作的正确性将由下面的定理保证.

定义 5. 集合  $S_i$  是  $S_0$  的 T 后继,当且仅当  $S_i$  由  $S_0$  经过有限步的 T 规则操作得到. $S_i$  中,  $(A_i, X_i)$  是 T 完备的,当且仅当没有 T 规则可以应用到  $(A_i, X_i)$ ;  $S_i$  是 T 完备的,当且仅当  $S_i$  中所有  $(A_i, X_i)$  是 T 完备的;  $S_i$  是  $x$ -T 完备的,当且仅当所有  $S_i$  中可变 ABBox 的当前个体是  $x$ ,且除设置规则以外没有 T 规则可以应用到  $S_i, S_0$  的 T 后继  $S_i$  是  $n_0$ -T 满足的,当且仅当  $S_i$  包含可变 ABBox  $(A_i, X_i)$ ,  $(A_i, X_i)$  是非封闭的,且  $n_0 \in X_i$ .为方便分析空间复杂度,定义  $S_i$  的可满足区间集合  $X^* = \{X_i | (A_i, X_i) \in S_i, (A_i, X_i) \text{ 是开放的}\}$ .

由转化规则可知,  $X_i$  一定是连通的.区间  $X_i$  的起点和终点一定是原区间  $X_0$  的起点或终点,或者是下标向量  $[f_1(n), \dots, f_k(n)]$  中两线性函数  $f_i(n)$  和  $f_j(n)$  的交点.再由  $k$  个不同的线性函数至多在  $X_0$  上有  $k(k-1)/2$  个交点,得到  $|X^*| = O(k^4)$ .

定理 3. 若  $S_0$  的任意 T 后继是  $n_0$ -T 满足的,则任意  $S_0$  的 T 后继  $S_i$  必包含可变 ABBox  $(A_i, X_i)$ , 满足任意  $\{(A_i, X_i)\}$  的 T 后继也是  $n_0$ -T 满足的.

证明:假设  $S_i$  不含有这样的可变 ABBox, 则对于  $S_i$  中的任意可变 ABBox  $(A_i, X_i)$ ,  $\{(A_i, X_i)\}$  存在一个 T 后继不是  $n_0$ -T 满足的,记该 T 后继为  $S^*((A_i, X_i))$ .显然,集合  $S^* = \cup S^*((A_i, X_i)), ((A_i, X_i)) \in S_i$ , 是  $S_i$  的 T 后继,也是  $S_0$  的 T 后继,且  $S^*$  不是  $n_0$ -T 满足的,这与  $S_0$  的任意 T 后继是  $n_0$ -T 满足的相矛盾.定理成立.

定理 4. 对于  $S_0 = \{(\{x_0: C_{[f_1(n), \dots, f_k(n)]}\}, X_0)\}$ ,  $S_0$  是  $n_0$ -满足的,当且仅当  $S_0$  的任意 T 后继  $S_i$  是  $n_0$ -T 满足的.

证明:(1) 必要性.因为  $T \geq$  规则是简化的  $\geq$  规则,而其他规则只是应用的优先级和应用的个体有所约束,所以 T 规则可视为特殊的转换规则.由定理 1 可知  $S_0$  是  $n_0$ -满足的,可以推出  $S_i$  是  $n_0$ -满足的.故  $S_i$  包含可变 ABBox  $(A_i, X_i)$ , 存在解释  $I, I|_{n_0} = (A_i, X_i)$ .显然,  $(A_i, X_i)$  不可能是封闭的.所以,  $S_i$  是  $n_0$ -T 满足的.

(2) 充分性.假设  $S_0$  的任意 T 后继是  $n_0$ -T 满足的.下面定义两规则序列:1) 用于从  $S_0$  的 T 后继中构造开放的且区间包含  $n_0$  的可变 ABBox.  $Pre(x, S_j)$ : 当集合  $S_j$  中所有可变 ABBox 的当前个体是  $x$ , 对  $S_j$  穷尽地应用除设置规则外的所有 T 规则.显然,  $Pre(x, S_j)$  之后产生的集合必是  $x$ -T 完备的.2)  $Set(y, (A_i, X_i))$ : 将  $y$  设为可变 ABBox  $(A_i, X_i)$  的当前个体,然后执行  $Pre(y, \{(A_i, X_i)\})$ .令  $S(x_0)$  是执行  $Pre(x_0, S_0)$  后产生的集合,  $S(x_0)$  是  $S_0$  的 T 后继.由定理 3 可知,  $S(x_0)$  中包含  $(A(x_0), X(x_0))$ , 满足任意  $\{(A(x_0), X(x_0))\}$  的 T 后继是  $n_0$ -T 满足的.设  $(A(x_0), X(x_0))$  中包含  $x_0$  的关系后继  $x_{0,1}, \dots, x_{0,n}$ .令  $S(x_{0,i})$  是  $Set(x_{0,i}, (A(x_0), X(x_0)))$  产生的集合,  $1 \leq i \leq n$ .同理,  $S(x_{0,i})$  中包含  $(A(x_{0,i}), X(x_{0,i}))$ , 满足任意  $\{(A(x_{0,i}), X(x_{0,i}))\}$  的 T 后继是  $n_0$ -T 满足的.定义  $(A(x_{0,i}), X(x_{0,i}))$  为  $(A(x_0), X(x_0))$  的直接标准后继,标准后继是直接标准后继的关系闭包.

将以上结论推广,令  $(A(x_{0,i_1,\dots,i_s}), X(x_{0,i_1,\dots,i_s}))$  是  $(A(x_0), X(x_0))$  的标准后继,其中包含  $x_{0,i_1,\dots,i_s}$  的关系后继  $x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}}, 1 \leq i_{s+1} \leq n$ . 于是,相应地存在  $(A(x_{0,i_1,\dots,i_s}), X(x_{0,i_1,\dots,i_s}))$  的直接标准后继  $(A(x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}}), X(x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}})), 1 \leq i_{s+1} \leq n$ .

这样就形成了由直接标准后继关系联结的一棵可变 ABox 树  $T^*$ : 树的根节点是  $(A(x_0), X(x_0))$ ; 对任意树上结点  $(A_i, X_i)$ , 该节点的子节点是当前节点的直接标准后继; 同时,任意  $\{(A_i, X_i)\}$  的 T 后继是  $n_0$ -T 满足的. 显然, T 规则存在应用次数的有限上界, 所以,  $T^*$  的深度和最大分叉数是有限的;  $T^*$  的叶结点数也是有限的,  $T^*$  的所有叶结点集合记为  $Leaf(T^*)$ . 构造新的可变 ABox  $(A^*, \{n_0\})$ , 这里,  $A^* = \cup A_i, (A_i, X_i) \in Leaf(T^*)$ . 显然,  $A^*$  包含  $(x_{0,i_1,\dots,i_s}, x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}})$ :  $R_{[f_i(n)]}$  和  $x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}} : D_{[f_{i+1}(n), \dots, f_i(n)]}$ , 当且仅当  $A(x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}})$  包含同样的声明. 容易得到  $(A^*, \{n_0\})$  是非封闭的和 T-完备的.

下面扩展  $A^*$ : 若  $x_{0,i_1,\dots,i_s} : \geq NR_{[f_i(n)]} \in A^*$ , 令  $Q = \{x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}} | (x_{0,i_1,\dots,i_s}, x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}}) : R_{[f_j(n)]} \in A^* \text{ 且 } f_j(n_0) \geq f_i(n_0)\}$ , 在  $A^*$  中加入声明任意  $x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}} \in Q, (x_{0,i_1,\dots,i_s}, x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}}) : R_{[f_i(n)]}$ . 当  $|Q| = N_0 \geq N$  时, 声明  $Q$  中所有个体两两不等; 当  $|Q| = N_0 < N$  时, 需要加入  $x_{0,i_1,\dots,i_s}$  的新关系后继. 显然,  $A^*$  包含声明  $(x_{0,i_1,\dots,i_s}, x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}}) : R_{[f_i(n)]}$  (否则,  $A^*$  可应用  $\geq$  规则, 与  $A^*$  是 T-完备的相矛盾). 这样, 将  $x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}}$  自身及其所有的子孙个体及有关声明改名复制  $N - N_0$  份加入到  $A^*$  中, 同时声明  $Q$  中  $N_0$  个个体和  $x_{0,i_1,\dots,i_{s+1}}$  改名后加入的  $N - N_0$  个个体, 共  $N$  个个体, 两两不等, 记扩展后的 ABox 为  $A^\#$ . 容易得到  $(A^\#, \{n_0\})$  仍然是非封闭和 T-完备的. 以下证明  $\geq$  规则不能作用在  $(A^\#, \{n_0\})$  上: 对于  $x_{0,i_1,\dots,i_s} : \geq NR_{[f_i(n)]} \in A^\#$ , 由扩展过程,  $Q^\# = \{y | (x_{0,i_1,\dots,i_s}, y) : R_{[f_j(n)]} \in A^\# \} \geq N$ , 且  $Q^\#$  中任意  $y_i$  和  $y_j$  满足  $y_i \neq y_j \in A^\#$ . 由  $\geq$  规则定义可知,  $(A^\#, \{n_0\})$  不满足  $\geq$  规则的条件, 没有  $\geq$  规则可以作用在扩展后的  $(A^\#, \{n_0\})$  上. 所以,  $(A^\#, \{n_0\})$  是完备的.

综上所述,  $(A^\#, \{n_0\})$  是完备的和非封闭的. 由定理 2 可知, 从完备的和非封闭的  $(A^\#, \{n_0\})$  上可构建解释  $I$  满足  $A^\#(n_0)$ . 显然, 该解释  $I$   $n_0$ -满足  $S_0$ , 所以,  $S_0$  是  $n_0$ -满足的.

定理 5.  $S_0$  的任意 T 后继  $S_i$  中可变 ABox  $((A_i, X_i))$  的规模  $Size((A_i, X_i))$  多项式约束于  $Size(C_{[f_i(n), \dots, f_k(n)]})$ .

证明: 令  $N = Size(C_{[f_i(n), \dots, f_k(n)]})$ . 设  $(A_i, X_i)$  中的当前个体为  $x_{0,i_1,\dots,i_s}$ . 显然,  $(A_i, X_i)$  中含有个体  $x_0, x_{0,i_1}, \dots, x_{0,i_1,\dots,i_s}$ , 且除  $x_0$  以外的所有个体都是  $x_0, x_{0,i_1}, \dots, x_{0,i_1,\dots,i_s}$  中某个体的直接后继. 显然, 当前个体链的长度  $\leq N$ ; 同时, 当前个体链上的个体至多有  $N$  个直接后继. 所以,  $(A_i, X_i)$  中包含的个体数小于等于  $N(N+1)$ , 关系声明数小于等于  $N(N+1) - 1$ . 对于任意  $(A_i, X_i)$  中的个体  $x$ , 定义个体  $x$  的规模  $Size(x)$  为所有  $A_i$  中形如  $x : D_{[f_i(n), \dots, f_j(n)]}$  的规模总和. 由任意  $A_i$  中出现的截概念  $D_{[f_i(n), \dots, f_j(n)]}$  属于  $sub(C_{[f_i(n), \dots, f_k(n)]})$ , 且  $Size(D_{[f_i(n), \dots, f_j(n)]}) \leq N$ , 得到  $Size(x) \leq N^2$ . 由可变 ABox 的规模  $Size((A_i, X_i))$  是关系声明数目与所有个体规模之和, 得到以下不等式:  $Size((A_i, X_i)) \leq N(N+1) - 1 + N^2 \times N(N+1) = O(N^4)$ . 定理成立.

定理 6. EFALCN 可满足区间问题是 PSPACE-complete 问题.

证明: 由定理 5 可知,  $S_0$  的任意 T 后继  $S_i$  中可变 ABox  $((A_i, X_i))$  的规模  $Size((A_i, X_i))$  多项式约束于  $Size(C_{[f_i(n), \dots, f_k(n)]})$ . 因此, 可用非确定性图灵机多项式空间内模拟  $S_i$  的构建. 当  $S_i$  中可变 ABox 分裂为多个后继时, 并行地计算所有后继的可满足区间. 由  $S_i$  的可满足区间集合至多含有多项式元素, 计算  $S_0$  的任意 T 后继  $S_i$  的  $Sat(S_i)$  是 NPSPACE 问题. 由定理 4 可知  $X_{sat} = \cap Sat(S_i)$ , 同理, 可满足区间问题也是 NPSPACE 问题. 由 NPSPACE 问题类等价于 PSPACE (polynomial space) 问题类, 可满足区间问题是 PSPACE 问题. 再由 ALCN (attributive concept description language with complements and unqualified number restriction) 概念可满足问题是 PSPACE-complete 问题<sup>[9,10]</sup>, 同时, ALCN 概念可满足问题可多项式时间规约到 EFALCN 可满足区间问题. 因此, 可满足区间是 PSPACE-hard 问题. 所以, EFALCN 可满足区间问题是 PSPACE-complete 问题.

### 3 结束语

扩展模糊描述逻辑 EFALCN 是支持数量约束的描述逻辑 ALCN 的模糊扩展. 本文提出 EFALCN 推理问题的基于约束传播的 Tableau 算法, 并证明 EFALCN 推理问题是 PSPACE-complete 问题. EFALCN 推理算法和复杂性结果的给出, 使得该逻辑可作为语义 Web 上新的推理语言, 以增强语义 Web 对于模糊信息的表示推理能力. 未来的工作包括: 设计 TBox 约束下的 EFALCN 推理问题算法, 并分析相关复杂度; 在 EFALCN 的基础上加入新

的概念算子和关系算子,以构建更具表达能力的扩展模糊描述逻辑;开发基于 EFALCN 的知识系统,支持相关领域中模糊知识的表示推理。

#### References:

- [1] Baader F, Calvanese D, McGuinness DL, Nardi D, Patel-Schneider PF. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [2] Meghini C, Sebastiani F, Straccia U. Reasoning about the form and content for multimedia objects. In: Proc. of the AAAI'97 Spring Symp. on Intelligent Integration and Use of Text, Image, Video and Audio. California, 1997. 89–94. <http://gaia.isti.cnr.it/~straccia/download/papers/AAAI97/AAAI97.pdf>
- [3] Straccia U. Reasoning within fuzzy description logics. Journal of Artificial Intelligence Research, 2001,14:137–166.
- [4] Li YH, Xu BW, Lu JJ, Kang DZ, Wang P. Extended fuzzy description logic ALCN. Lecture Notes in Artificial Intelligence, 2005, 3684:896–902.
- [5] Shi ZZ, Dong MK, Jiang YC, Zhang HJ. Logic base of Semantic Web. Science in China (Series E), 2004,34(10):1123–1138 (in Chinese with English abstract).
- [6] Dong MK, Zhang HJ, Shi ZZ. An agent model based on dynamic description logic. Journal of Computer Research and Development, 2004,41(5):780–786 (in Chinese with English abstract).
- [7] Dong MK, Jiang YC, Shi ZZ. A description logic with default Reasoning. Chinese Journal of Computers, 2003,26(6):729–736 (in Chinese with English abstract).
- [8] Shi ZZ, Jiang YC, Zhang HJ, Dong MK. Agent service matchmaking based on description logic. Chinese Journal of Computers, 2004,27(5):625–634 (in Chinese with English abstract).
- [9] Baader F, Sattler U. An overview of tableau algorithms for description logics. Studia Logica, 2001,69(1):5–40.
- [10] Baader F, Sattler U. Expressive number restrictions in description logics. Journal of Logic and Computation, 1999,9(3):319–350.

#### 附中文参考文献:

- [5] 史忠植,董明楷,蒋运承,张海俊. 语义 Web 的逻辑基础. 中国科学(E 辑),2004,34(10):1123–1138.
- [6] 董明楷,张海俊,史忠植. 基于动态描述逻辑的主体模型. 计算机研究与发展,2004,41(5):780–786.
- [7] 董明楷,蒋运承,史忠植. 一种带缺省推理的描述逻辑. 计算机学报,2003,26(6):729–736.
- [8] 史忠植,蒋运承,张海俊,董明楷. 基于描述逻辑的主体服务匹配. 计算机学报,2004,27(5):625–634.



李言辉(1981–),男,江苏南京人,博士生,主要研究领域为语义 Web。



陆建江(1968–),男,博士,副教授,主要研究领域为语义 Web,数据挖掘。



徐宝文(1961–),男,博士,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为软件工程,知识与信息获取技术。



康达周(1980–),男,博士生,主要研究领域为语义 Web。